ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 AVRIL 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur la détermination de la position et des éléments d'une planète ou comète éloignée. Application au corps céleste Lowell.* Note de M. ERNEST ESCLANGON.

La méthode parallactique que j'ai indiquée [1] pour déterminer la position et la vitesse d'une planète éloignée est en quelque sorte purement géométrique. Elle est basée sur cette hypothèse qu'au cours des observations utilisées, la vitesse de l'astre peut être supposée constante en grandeur et direction, sans qu'interviennent les lois de la gravitation. Elle est très rapide; elle s'applique particulièrement bien au cas de l'astre actuellement dit planète transneptunienne.

Je me propose de montrer dans la présente Note que, *sans nuire en rien à la simplicité de la méthode*, on peut tenir compte des dérivées premières de la vitesse (supposée variable) déterminées par les lois de la gravitation.

Soient en effet X_1, Y_1, Z_1; X_2, Y_2, Z_2; X_3, Y_3, Z_3 les coordonnées héliocentriques inconnues de l'astre P aux époques t_1, t_2, t_3 correspondant à des observations, et soit t_0 une époque *arbitraire* choisie dans l'intervalle même de ces observations. On pourra écrire :

$$(1)\quad \begin{cases} X_1 = X_0 + (t_1 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} + \dfrac{(t_1-t_0)^2}{2}\dfrac{d^2X}{dt_0^2} = X_0 + (t_1 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} - \dfrac{(t_1-t_0)^2}{2}\dfrac{\mu X_0}{r_0^3}, \\ X_2 = X_0 + (t_2 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} + \dfrac{(t_2-t_0)^2}{2}\dfrac{d^2X}{dt_0^2} = X_0 + (t_2 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} - \dfrac{(t_2-t_0)^2}{2}\dfrac{\mu X_0}{r_0^3}, \\ X_3 = X_0 + (t_3 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} + \dfrac{(t_3-t_0)^2}{2}\dfrac{d^2X}{dt_0^2} = X_0 + (t_3 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} - \dfrac{(t_3-t_0)^2}{2}\dfrac{\mu X_0}{r_0^3}; \end{cases}$$

---

[1] *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 897.

r_0 désignant la distance héliocentrique de l'astre à l'époque t_0 et μ la puissance attractive du Soleil. On suppose l'intervalle des observations assez petit, et il peut être ici de plusieurs mois, pour qu'on y puisse négliger les termes du troisième ordre.

Formons la combinaison

$$(2) \quad X_1(t_2-t_3)+X_2(t_3-t_1)+X_3(t_1-t_2)=\frac{\mu X_0}{2r_0^3}(t_2-t_3)(t_3-t_1)(t_1-t_2),$$

et les mêmes combinaisons pour les coordonnées Y et Z.

Posons, pour simplifier,

$$(3) \quad h=(t_2-t_3)(t_3-t_1)(t_1-t_2).$$

Puisque t_0 est arbitraire, on voit que, si l'on fait successivement $t_0=t_1$, $t_0=t_2$, $t_0=t_3$, on a, au degré d'approximation supposé,

$$\frac{\mu X_1 h}{2r_1^3}=\frac{\mu X_2 h}{2r_2^3}=\frac{\mu X_3 h}{2r_3^3},$$

et, par suite,

$$X_1(t_2-t_3)+X_2(t_3-t_1)+X_3(t_1-t_2)=\frac{\mu h}{6}\left(\frac{X_1}{r_1^3}+\frac{X_2}{r_2^3}+\frac{X_3}{r_3^3}\right) \quad [1]$$

ou, encore,

$$(4) \quad X_1\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r_1^3}\right)+X_2\left(t_3-t_1-\frac{\mu h}{6r_2^3}\right)+X_3\left(t_1-t_2-\frac{\mu h}{6r_3^3}\right)=0,$$

et des relations analogues pour les autres coordonnées Y et Z.

Désignons maintenant par x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 les coordonnées connues de la Terre, en des points T_1, T_2, T_3, de son orbite, correspondant, par les observations, aux positions P_1, P_2, P_3 de la planète; soient $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$; $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$; $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ les cosinus directeurs connus des directions T_1P_1, T_2P_2, T_3P_3; ρ_1, ρ_2, ρ_3 les distances T_1P_1, T_2P_2, T_3P_3. On a évidemment

$$(5) \quad X_i=x_i+\rho_i\alpha_i, \qquad Y_i=y_i+\rho_i\beta_i, \qquad Z_i=z_i+\rho_i\gamma_i \qquad (i=1, 2, 3).$$

---

[1] Au lieu de choisir la simple moyenne des quantités $\frac{X_i}{r_i^3}$, on pourrait évidemment considérer une moyenne pondérée arbitraire, ce qui conduirait, pour les formules (4), à des formes diverses, mais pratiquement équivalentes car, si les valeurs des X_i, Y_i, Z_i ainsi obtenues sont quelque peu différentes, leurs *moyennes* respectives restent très sensiblement les mêmes.

Supposons la distance r de l'astre au Soleil approximativement connue; r_1, r_2, r_3 étant peu différents et les termes en $\frac{\mu h}{6r^3}$ *étant petits*, on peut les supposer égaux de sorte qu'on est amené à résoudre les trois équations :

$$(6)\quad \begin{cases} (x_1+\rho_1\alpha_1)\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r^3}\right)+(x_2+\rho_2\alpha_2)\left(t_3-t_1-\frac{\mu h}{6r^3}\right) \\ \qquad\qquad +(x_3+\rho_3\alpha_3)\left(t_1-t_2-\frac{\mu h}{6r^3}\right)=0, \\ (y_1+\rho_1\beta_1)\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r^3}\right)+(y_2+\rho_2\beta_2)\left(t_3-t_1-\frac{\mu h}{6r^3}\right) \\ \qquad\qquad +(y_3+\rho_3\beta_3)\left(t_1-t_2-\frac{\mu h}{6r^3}\right)=0, \\ (z_1+\rho_1\gamma_1)\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r^3}\right)+(z_2+\rho_2\gamma_2)\left(t_3-t_1-\frac{\mu h}{6r^3}\right) \\ \qquad\qquad +(z_3+\rho_3\gamma_3)\left(t_1-t_2-\frac{\mu h}{6r^3}\right)=0, \end{cases}$$

par rapport aux seules inconnues ρ_1, ρ_2, ρ_3, ce qui détermine, par les formules (5), les coordonnées X_i, Y_i, Z_i, dont seules les *moyennes* seront à retenir. Sur la vitesse subsistera en fait une légère indétermination portant seulement sur sa composante radiale et tenant, non à la méthode, mais à la nature même des choses.

Les formules (6) sont *entièrement analogues à celles de la méthode parallactique*, laquelle reviendrait à négliger $\frac{\mu h}{6r^3}$. *Pour passer de celle-ci à la méthode actuelle, il suffit, sans rien changer par ailleurs, d'augmenter algébriquement les nombres* t_2-t_3, t_3-t_1, t_1-t_2, *de la même quantité connue* $-\frac{\mu h}{6r^3}$. Au lieu d'ajouter cette même quantité aux nombres t_2-t_3, t_3-t_1, t_1-t_2, on pourrait faire l'addition de quantités différentes, leur somme restant égale à $-\frac{\mu h}{6r^3}$; ce qui ne modifie pas, pratiquement, les moyennes respectives des coordonnées X_i, Y_i, Z_i.

On peut aussi mettre les formules précédentes sous une forme permettant d'obtenir les corrections aux résultats déjà calculés, avec les mêmes observations, par la méthode purement parallactique.

Écrivons en effet

$$(x_1+\rho_1\alpha_1)\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r^3}\right)=(x_1+\rho_1\alpha_1)(t_2-t_3)-\frac{\mu h X_1}{6r^3}.$$

Soient T la Terre, P la planète éloignée, S le Soleil; on peut, dans les

termes contenant le facteur très petit $\frac{\mu h}{6r^3}$, remplacer les projections du vecteur SP par celles du vecteur TP, de sorte qu'on peut écrire :

$$(x_1+\rho_1\alpha_1)\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r^3}\right)=(x_1+\rho_1\alpha_1)(t_2-t_3)-\frac{\mu h\rho_1\alpha_1}{6r^3}$$
$$=(t_2-t_3)\left[x_1+\left(\rho'_1-\frac{\mu(t_3-t_1)(t_1-t_2)}{6r^3}\rho_1\right)\alpha_1\right].$$

En faisant de même pour les autres coordonnées et portant dans (6), on obtient des équations identiques à celles de la méthode parallactique où la solution ρ'_1, ρ'_2, ρ'_3 fournie par cette méthode aurait été remplacée par

$$(9)\quad \begin{cases} \rho'_1=\rho_1-\dfrac{\mu(t_3-t_1)(t_1-t_2)}{6r^2}\dfrac{\rho_1}{r}, \qquad \rho'_2=\rho_2-\dfrac{\mu(t_1-t_2)(t_2-t_3)}{6r^2}\dfrac{\rho_2}{r}, \\ \rho'_3=\rho_3-\dfrac{\mu(t_2-t_3)(t_3-t_1)}{6r^2}\dfrac{\rho_3}{r}, \end{cases}$$

ce qui donne les corrections cherchées $\rho_1-\rho'_1$, $\rho_2-\rho'_2$, $\rho_3-\rho'_3$.

Désignons enfin par X'_1, Y'_1, Z'_1; X'_2, Y'_2, Z'_2; X'_3, Y'_3, Z'_3 les coordonnées héliocentriques fournies par la méthode parallactique. On a, en confondant r avec ρ_1, ou ρ_2, ou ρ_3 dans les termes correctifs,

$$X'_1=X_1-\frac{\mu(t_3-t_1)(t_1-t_2)}{6r^2}\alpha_1,$$

et de même pour les autres coordonnées. On en tire

$$(10)\qquad r'_1=r_1-\frac{\mu(t_3-t_1)(t_1-t_2)}{6r^2}\cos\theta_1,$$

θ_1 désignant l'angle, toujours petit, que font, issues de l'astre, les directions de la Terre et du Soleil.

Par suite, sensiblement,

$$(11)\qquad \frac{r'_1+r'_2+r'_3}{3}=\frac{r_1+r_2+r_3}{3}+\frac{\mu}{18r^2}(t_1^2+t_2^2+t_3^2-t_2t_3-t_3t_1-t_1t_2).$$

La forme quadratique du second membre en t_1, t_2, t_3 étant toujours positive, on voit que la méthode parallactique donne, pour la distance moyenne au Soleil, un résultat légèrement trop fort, la différence étant toutefois inférieure à

$$(12)\qquad \frac{\mu}{24r^2}(t_3-t_1)^2=\frac{1,65}{r^2}\left(\frac{t_3-t_1}{365,26}\right)^2,$$

différence qui, pour l'astre Lowell, est inférieure à $\frac{1}{1000}$ pour un intervalle d'une année d'observations.

Nous n'insisterons pas sur les faciles corrections à faire sur les temps qui figurent dans les données, pour tenir compte de l'aberration affectant les directions observées de l'astre.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les proportions de potassium et de sodium contenues dans les plantes qui croissent en eau saumâtre ou sur le bord de la mer.* Note de M. **Gabriel Bertrand** et Mme **M. Rosenblatt.**

De nombreuses recherches analytiques, réalisées à l'aide de méthodes exactes, sur des espèces et des organes aussi variés que possible, ont démontré que le potassium et le sodium se trouvent toujours ensemble dans les tissus des plantes, qu'à cet égard il n'y a pas de différence de composition élémentaire qualitative entre les représentants du règne végétal et ceux du règne animal, contrairement à ce que l'on était fondé à croire il y a quelques années [1].

Dans un domaine plus restreint, les mêmes recherches ont encore apporté ou commencé à apporter un autre changement à des notions généralement admises. Il est classique que les cendres des plantes terrestres fournissent, par lessivage et concentration, du carbonate de potassium, tandis que les cendres de certaines plantes croissant au bord de la mer donnent, dans les mêmes circonstances, du carbonate de sodium. Les vieilles industries de la « potasse » et de la « soude » naturelles sont à la base de cette notion. Or les recherches rappelées plus haut, d'accord en général avec l'observation devenue courante d'une prédominance élevée du carbonate de potassium sur celui de sodium dans les cendres de beaucoup de plantes terrestres, ne le sont pas quant à celle inverse du carbonate de sodium sur celui de potassium dans les plantes marines. C'est ainsi que chez les Algues le rapport pondéral K/Na ne s'est montré inférieur à l'unité, et seulement un peu inférieur à l'unité, que dans le tiers environ des espèces examinées. Dans les autres, ainsi que dans la Zostère, plante marine du groupe des Phanérogames, le rapport K/Na est aussi élevé que chez certaines plantes terrestres, par exemple, la Scorzonère et le Maïs.

Il n'était pas impossible que cette contradiction entre la notion classique

---

[1] Gabriel Bertrand et D. J. Perietzeanu, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 645 et 1616. — Gabriel Bertrand et Mme M. Rosenblatt, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 200, et **187**, 1928, p. 266.

et les nouvelles données quantitatives n'ait été qu'apparente et due seulement à ce que les espèces autrefois employées pour obtenir la « soude » étaient précisément des espèces tout à fait exceptionnelles sous le rapport de leur richesse relative en sels de sodium. Dans le but d'éclaircir ce point intéressant, nous avons examiné plusieurs plantes croissant au bord de la mer, les unes dans les eaux saumâtres, les autres dans les dunes, et, parmi elles, des espèces qui servaient autrefois à la fabrication de la « soude » naturelle appartenant aux genres *Salsola*, *Suæda* et *Salicornia*.

Après une visite de la côte méditerranéenne faite par l'un de nous en vue de trouver une station favorable, MM. les professeurs Pavillard et Canals, de Montpellier, ont bien voulu recueillir, laver et sécher dans les conditions requises pour ce genre de recherches (1), une série de plantes que nous avons ensuite analysées. Ces plantes étaient originaires de Palavas, dans le département de l'Hérault : certaines, franchement halophiles, croissaient dans l'étang saumâtre; d'autres, purement psammophiles, provenaient de la dune de sable à une faible distance du bord de la mer.

Les récoltes ont porté sur des individus en plein épanouissement et aussi pour *Salsola Soda* au moment de la fructification.

A ces plantes, nous en avons ajouté trois autres, récoltées dans la baie de la Somme, près de Saint-Valéry : *Aster Tripolium* au débouché de la rivière, *Salicornia radicans* dans la partie ordinairement recouverte par les marées, et *Obione portulacoides* dans le sable du bord de la baie. Ces trois espèces ont, cela va de soi, été préparées pour les analyses avec les mêmes précautions que les précédentes.

Chaque analyse a été effectuée sur un poids de plante séchée correspondant à 100^{g} de matière fraîche. Les cendres, préparées en deux temps, une carbonisation et une calcination séparées par un lessivage, ont été amenées par dissolution dans l'eau à 50^{cm^3}. Enfin, on a dosé dans 10^{cm^3} le potassium par l'acide perchlorique, et dans 10 autres centimètres cubes le sodium par le mélange d'acétate d'uranyle et d'acétate de magnésium (2). Pour se rendre compte du degré de précision de la méthode employée, on a fait en double l'une des analyses (sur *Cakile maritima*).

Nous présentons sous forme de tableau les résultats obtenus, rangés d'après la valeur décroissante du rapport K/Na :

---

(1) Ces précautions ont été décrites dans les publications précitées.

(2) On trouvera une description détaillée de la méthode employée dans GABRIEL BERTRAND, *Ann. Sc. agron.*, 46, 1929, p. 1.

Noms des espèces examinées.		Teneur en potassium et en sodium pour 100 de matière fraîche.	matière sèche.	cendres.	Rapport K/Na.
Salsola Kali L. (Salsolacées),	K	0,652	4,75	21,79	10,56
halophile	Na	0,062	0,450	2,06	
Pancratium maritimum L. (Amaryllidées),	K	0,380	3,14	27,31	7,63
psammophile	Na	0,050	0,411	3,58	
Crucianella maritima L. (Rubiacées),	K	0,358	0,999	6,15	6,59
psammophile	Na	0,054	0,152	0,934	
Medicago marina L. (Papilionacées),	K	0,373	1,24	12,23	5,49
psammophile	Na	0,068	0,226	2,22	
Salsola Soda L. (Salsolacées),	K	0,599	3,88	11,89	5,45
halophile, en fleurs	Na	0,110	0,712	2,18	
Obione portulacoides Moq. (Salsolacées) (1),	K	0,410	1,61	9,98	2,2
halopsammophile.	Na	0,204	0,803	4,96	
Euphorbia Paralias L. (Euphorbiacées),	K	0,222	0,900	12,17	2,02
halopsammophile	Na	0,110	0,446	6,03	
Salicornia radicans Sm. (Salsolacées),	K	0,412	2,97	7,96	1,76
halophile	Na	0,234	1,68	4,51	
Cakile maritima Scop. (Crucifères),	K	0,229	2,00	15,89	1,58
halopsammophile	Na	0,146	1,26	10,04	
Obione portulacoides Moq. (Salsolacées) (2),	K	0,574	3,44	12,89	1,45
halophile	Na	0,398	2,37	8,89	
Salsola Soda L. (Salsolacées),	K	0,561	2,88	8,43	1,40
halophile, en fruits	Na	0,399	2,05	6,00	
Cakile maritima Scop. (Crucifères),	K	0,238	2,30	12,44	1,17
halopsammophile	Na.	0,202	1,96	10,58	
Suæda fruticosa L. (Salsolacées),	K	0,370	2,59	7,48	0,83
halophile	Na	0,444	3,10	8,97	
Salicornia fruticosa L. (Salsolacées),	K	0,325	1,47	5,67	0,77
halophile	Na	0,418	1,90	7,28	
Aster Tripolium L. (Composées),	K	0,166	0,836	7,30	0,63
halophile	Na	0,263	1,33	11,61	
Inula crithmoides L. (Composées),	K	0,167	1,11	4,57	0,45
halophile	Na	0,374	2,49	9,68	

Après avoir observé que les résultats de la double analyse sont aussi concordants que possible, on constate que le rapport K/Na est, dans la majorité des cas, notablement supérieur à l'unité. C'est, comme on pouvait

(1) A l'état de rameaux feuillus, de Saint-Valéry.

(2) De Palavas.

le prévoir, plutôt chez les plantes halophiles que chez les plantes psammophiles que ce rapport est le plus bas; mais la végétation en eau saumâtre n'entraîne pas fatalement une prédominance du sodium sur le potassium. A cet égard les résultats fournis par *Salsola Soda* et *Salsola Kali* sont très démonstratifs : le rapport K/Na est chez ces plantes à « soude », les plus classiques, comparable à celui de bien des plantes terrestres, telles que le chou, le plantain et le tabac rustique.

Enfin, il est intéressant de noter que parmi les variations de composition chimique qui se sont produites chez *Salsola Soda* pendant la période de passage des fleurs aux fruits, une diminution relative du potassium a été en quelque sorte compensée, du moins au point de vue de la pression osmotique, par une augmentation relative du sodium.

	Matière sèche.	Pour 100 de la matière sèche.			
		Cendres totales.	K.	Na.	Rapport K/Na.
Salsola Soda en fleurs..........	15,44	5,04	3.88	0,712	5,45
» » en fruits..........	19,44	6,65	2,88	2,05	1,40

En résumé, les nouveaux résultats que nous publions aujourd'hui confirment la conclusion à laquelle nous étions déjà arrivés de l'inexistence d'une ligne de démarcation, quant à la présence des métaux alcalins, entre les plantes qui croissent dans les milieux purement terrestres et celles qui se développent dans les milieux salés. Toutes les plantes renferment à la fois du potassium et du sodium, avec une prédominance générale, parfois même considérable, du premier métal sur le second. C'est seulement chez une partie, environ un tiers, des plantes adaptées aux milieux riches en chlorure de sodium que l'on peut constater un rapport inverse; encore doit-on observer qu'il n'y a pas alors un grand excès du sodium sur le potassium.

L'appellation de « soude » que l'on donnait autrefois au mélange salin retiré des cendres de certaines plantes du bord de la mer n'a rien à voir avec l'oxyde de sodium qui n'était pas encore connu; elle vient simplement de ce que la plupart des plantes utilisées portaient le nom vulgaire de soude.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur l'action dissolvante du gaz carbonique à l'égard de l'acide phosphorique dans les sols agricoles.* Note [1] de MM. **A.-Th. Schlœsing** et **Désiré Leroux**.

Les éléments minéraux des sols agricoles subissent une lente décomposition qui alimente en certains principes, et notamment en acide phosphorique, les liquides nourriciers des racines.

Tout porte à penser que le gaz carbonique, toujours présent dans les sols, joue, avec l'eau, un rôle important dans cette décomposition.

Mais son action est limitée dans les sols calcaires, en ce qui concerne la libération d'acide phosphorique. L'un de nous, il y a longtemps, au début de ses recherches sur l'acide phosphorique soluble à l'eau [2] des sols agricoles, a montré que, dans les sols calcaires, le gaz carbonique est sans effet appréciable sur la production de l'acide phosphorique soluble, du moment que, ce qui est le cas général, la proportion de bicarbonate de chaux en dissolution correspond à la tension du gaz carbonique (*Comptes rendus*, 127, 1898, p. 328).

Plus récemment nous avons effectué quelques expériences relatives à cette action dissolvante du gaz carbonique en opérant de façons sensiblement différentes de celles dont on avait expérimenté précédemment.

A. *La terre reste placée dans des conditions toutes voisines des conditions naturelles.* — Nous avons maintenu près de deux ans (août 1924-juin 1926) des lots identiques d'une même terre, les uns dans une atmosphère privée, autant que possible, de gaz carbonique (de 0 à 0,004 pour 100 de CO^2), les autres dans une atmosphère où était constamment entretenue, à l'aide de dispositifs spéciaux, une proportion relativement élevée de ce gaz (4,4 pour 100). Finalement nous avons comparé dans les différents lots les quantités d'acide phosphorique soluble à l'eau. Nous avons obtenu les résultats ci-après :

---

(1) Séance du 23 avril 1930.

(2) Cet acide phosphorique soluble n'apparaît dans les eaux des sols qu'à des doses infimes, de l'ordre des millionièmes (1^{mg} par litre) ou des dix-millionièmes. En chimie pure courante ou en industrie, on dirait « insolubles » les phosphates auxquels il est emprunté. Cependant, pour la nutrition végétale, il offre un intérêt de premier plan; il mériterait une qualification spéciale qui écarterait à la fois l'idée d'insolubilité et celle de solubilité importante, par exemple la qualification *d'hyposoluble*.

Terre de Villepreux (Seine-et-Oise), à 0,32 pour 100 de calcaire seulement, faisant toutefois visiblement effervescence avec les acides. Par lot, $1^{kg},8$ de terre supposée sèche,

	CO^2 dans l'atmosphère interne.
I. Lot à 15 pour 100 d'humidité........	de 0 à 0,004 pour 100,
II. Lot à 20 pour 100 d'humidité........	
III. Lot à 15 pour 100 d'humidité........	4,4 pour 100.
IV. Lot à 20 pour 100 d'humidité........	

(Dans les lots I et II, pour éliminer au mieux le gaz carbonique, on faisait passer d'une façon continue de l'air décarbonaté et saturé de vapeur d'eau, qui, sans dessécher la terre, emportait la petite quantité de CO^2 produite inévitablement par le travail microbien).

Examen final des terres. — Nous avons lavé par déplacement un échantillon de 50^g de chaque lot avec 8^l d'eau distillée bouillie (additionnée par litre de 80^{mg} de CaO à l'état de nitrate pur), à raison de 4^l par 24 heures. Les poids de P^2O^5 extrait, rapportés à 1^{kg} de terre sèche, ont été :

I.	II.	III.	IV.
$36^{mg},7$	$25^{mg},5$	$36^{mg},0$	$25^{mg},9$

En lavant rigoureusement de même les quatre lots, nous avons enlevé à I exactement la même quantité de P^2O^5 qu'à III et à II la même quantité qu'à IV. En présence d'un excès, même faible, de calcaire, le gaz carbonique n'a donc pas aidé à la dissolution des phosphates existant dans le sol. (Notons, en passant, que l'excès d'humidité de II et IV sur I et III n'a pas favorisé la solubilisation d'acide phosphorique.)

B. *Les terres sont additionnées de phosphate naturel moulu et soumises à des doses variées de* CO^2; *expériences faites en* 1929. — Nous avons mis en contact intime, suivant un procédé déjà exposé par l'un de nous (*Comptes rendus*, 127, 1898, p. 327), par agitation lente en flacons (pendant 10 heures), des lots de terres calcaires (300^g de terre par lot) soit avec de l'eau distillée bouillie pure (1300^{cm^3}), soit avec un même volume d'eau distillée à laquelle était ajouté du gaz carbonique à dose variée (l'eau étant toujours additionnée de 80^{mg} de CaO par litre comme plus haut). Dans chaque flacon avait été introduit 1^g de phosphate moulu du commerce. Nous avons comparé les titres en P^2O^5 des dissolutions obtenues dans les deux cas, c'est-à-dire sans addition ou avec addition de CO^2. Voici les résultats fournis par deux terres calcaires, la terre du Vésinet (Seine-et-Oise) à 7,7 pour 100 de calcaire et la terre de Dangu (Eure) à 6,6 pour 100 :

	Vésinet.				Dangu.			
	Sans addition de CO^2.		Avec addition de CO^2.		Sans addition de CO^2.		Avec addition de CO^2.	
CO^2 pour 100 dans l'atmosphère finale du flacon...	0,35	0,8	5,0	13,0	0,15	0,25	4,0	9,2
P^2O^5 (en mg) dissous par litre..................	0,83	1,03	1,34	1,83	1,00	1,27	1,97	2,26

Ici le CO^2 ajouté a augmenté légèrement le titre en P^2O^5 dissous (1), tout en le laissant d'ailleurs bien inférieur à ce qu'il est ordinairement dans une terre acide; par exemple, nous voyons que M. Brioux a trouvé dans une terre acide 23mg,6 de P^2O^5 dissous par litre d'eau (*Ann. de la Soc. Agron. fr. et étrang.*, 1920, p. 83); nous-mêmes avons trouvé en opérant comme il vient d'être dit sur une terre nettement acide (terre de bruyère) :

	Sans addition de CO^2.	Avec addition de CO^2.
CO^2 pour 100 dans l'atmosphère finale du flacon.....	1,8	12,5
P^2O^5 (en mg) dissous par litre......................	17,6	21,15

En résumé, en terre calcaire, quelle que soit la proportion du gaz carbonique dans l'atmosphère souterraine, la quantité d'acide phosphorique dissous, empruntée aux phosphates préexistants ou ajoutés, reste très faible, tandis qu'en terre acide elle est couramment bien plus élevée.

Ces résultats et ceux qu'ont obtenus d'autres auteurs (voir notamment MM. Demolon et Boischot, *Ann. de la Sc. Agron. franç. et étrang.*, 1923, p. 151) s'accordent avec le fait que les phosphates naturels employés comme engrais, efficaces dans les sols acides ou humifères, ne produisent en général que des effets incomparablement moindres ou nuls dans les sols calcaires.

ÉLECTRICITÉ. — *Chutes de tension des appareils triphasés débitant un des circuits dissymétriques.* Note (2) de M. **André Blondel.**

Si nous représentons les forces électromotrices d'ensemble symétriques par E^0, E^c, $E^{c'}$ et les différences de potentiel aux bornes par E'', E', E',

(1) Peut-être parce qu'après les 10 heures d'agitation la liqueur n'était pas encore tout à fait saturée de bicarbonate de chaux à la tension du CO^2.

(2) Séance du 23 avril 1930.

par Z^0, Z^s, Z^i les impédances extérieures quelconques dans le cas le plus général, on sait écrire les équations des ensembles.

1° *Alternateurs.* — Ces appareils présentent trois impédances cycliques Z^0, Z^s, Z^i applicables respectivement à I^0, I^s, I^i, de même indice. Les équations des tensions des trois phases (supposées montées en étoile) sont respectivement, en fonction des U :

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} E_a^s &= U_a + Z^0 I^0 + Z^s I^s + Z^i I^i,\\ \alpha E_a^s = E_b^s &= U_b + Z^0 I^0 + \alpha Z^s I^s + \alpha^2 Z^i I^i,\\ \alpha^2 E_a^s = E_c^s &= U_c + Z^0 I^0 + \alpha^2 Z^i I^i + \alpha Z^i I^i.\end{aligned}\right.$$

Pour nous débarrasser des ensembles I^0, I^s, I^i, nous allons introduire des impédances (non cycliques) définies en fonction des impédances cycliques par

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} &Z_p = \frac{1}{3}(Z^0 + Z^s + Z^i); \quad Z_n = \frac{1}{3}(Z^0 + \alpha Z^s + \alpha^2 Z^i); \quad Z_m = \frac{1}{3}(Z^0 + \alpha^2 Z^s + \alpha Z^i),\\ &Z^0 = Z_p + Z_m + Z_n; \quad Z^s = Z_p + \alpha Z_m + \alpha^2 Z_n; \quad Z^i = \frac{1}{3}(Z_p + \alpha^2 Z_m + \alpha Z_u).\end{aligned}\right.$$

avec $\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$; et nous pouvons ainsi remplacer les trois équations (1) par

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} E_a &= U_a + Z_p I_a + Z_n I_b + Z_m I_c,\\ \alpha E_a &= U_b + Z_m I_a + Z_p I_b + Z_n I_c,\\ \alpha^2 E_a &= U_c + Z_n I_a + Z_m I_b + Z_p I_c,\end{aligned}\right.$$

ou des équations de phases, où Z_p est une impédance propre, Z_m, Z_n deux impédances mutuelles différentes (de la forme $j\omega Z_m, j\omega L_n$) parce que $I^s \neq I^c$. Grâce à cette définition, on peut les déduire par un calcul ou une construction graphique bien simple des Z^0, Z^s, Z^i, qui sont mesurables directement par des essais de court circuit de l'alternateur [1]. Dans le cas particulier

---

[1] On peut d'ailleurs les déterminer par notre oscillographe à synchromoscope très stable, en inscrivant successivement sur une même plaque les U_1, les I et les E à circuit ouvert (réduits comme dans tous les essais de courts circuits), en court-circuitant alternativement les différentes phases. Par exemple pour $U_a = 0$, on a I_a, en court circuit, $I_b = I_a = 0$;

$$Z_p = \frac{E_a - U_a}{I_a}; \qquad Z_m = \frac{U_b}{I_a}; \qquad Z_n = \frac{U_a}{I_a}.$$

On peut aussi, comme nous l'avons indiqué antérieurement (*Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1569) pour la détermination de l'impédance de courts circuits brusques, utiliser un petit alternateur auxiliaire synchronisé avec l'alternateur étudié, pour envoyer

où $Z^s = Z^i$, on a

(4)
$$\begin{cases} Z_m = Z_n = \frac{1}{3}(Z^0 - Z^s); & Z_p = Z^0 + 2Z^s, \\ Z^i = Z^s = Z_p - Z_n; & Z^0 - Z^s = 3Z_m. \end{cases}$$

Quand il n'y a pas de point neutre $I^0 = 0$, l'une des trois équations au choix peut être remplacée plus simplement par la relation

(5)
$$I_a + I_b + I_c = 0,$$

qui permet, en outre, de réduire à deux le nombre des variables dans chaque équation (3). Par exemple, on aura

(6)
$$\begin{cases} E_a - U_a = (Z_p - Z_m) I_a + (Z_n - Z_m) I_b = Z_h I_a - Z_d I_b; \\ E_b - U_b = (Z_m - Z_n) I_a + (Z_p - Z_n) I_b = Z_d I_a + Z_k I_b; \\ E_c - U_c = (Z_n - Z_p) I_a + (Z_m - Z_p) I_c = Z_k I_a - Z_h I_b, \end{cases}$$

en posant

(7)
$$Z_h = Z_p - Z_m, \qquad Z_k = Z_p - Z_n, \qquad Z_d = Z_m - Z_n.$$

Remplaçant U_a et U_b par leurs valeurs $Z_a I_a$, $Z_b I_b$, on a une solution assez maniable :

(8)
$$\begin{cases} (Z_h + Z_a) I_a - Z_d I_b = E_a, \\ Z_d I_a + (Z_k + Z_b) I_b = \alpha E_\alpha, \end{cases}$$

d'où

(9)
$$\begin{cases} I_a = \dfrac{(Z_k + Z_b) + \alpha Z_d}{(Z_h + Z_a)(Z_k + Z_b) + Z_d^2} E_a, \\[2ex] I_b = \dfrac{Z_d - \alpha(Z_h + Z_a)}{(Z_h + Z_a)(Z_k + Z_b) + Z_d^2} E_a. \end{cases}$$

Dans le cas général, les équations (3) se prêtent mal à la détermination du régime en fonction des impédances établies Z_a, Z_b, Z_c ; car, en remplaçant U_a par $Z_a I_a$, U_b par $Z_b I_b$, ..., elles deviennent

(10)
$$E_a = (Z_p + Z_a) I_a + Z_n I_b + Z_m I_c; \qquad E_b = \ldots; \qquad E_c = \ldots; \qquad \ldots.$$

---

un courant monophasé dans une seule phase de l'alternateur non excité. On inscrira en grandeur et phase le courant et les tensions. D'où :

$$Z_p = \frac{U_a}{I_a}; \qquad Z_n = \frac{U_b}{I_a}; \qquad Z_m = \frac{U_a}{I_c}.$$

On peut de même envoyer un courant dans une phase du secondaire d'un transformateur, en ayant soin de court-circuiter les circuits primaires, et obtenir ainsi Z_p et Z_m.

Elles ne peuvent être résolues qu'à l'aide de déterminants compliqués ([1]); le dénominateur commun est du troisième degré et a une dizaine de termes; et aucune des équations (10) n'a son premier membre nul.

2° *Lignes symétriques.* — Dans les lignes symétriques, il n'y a plus que deux coefficients Z_p et Z_m, car $Z_n = Z_m$ (de même que $Z^s = Z^i$) et les équations (3) peuvent être écrites symétriquement :

$$(11) \quad \begin{cases} E_a - U_a = Z_p I_a + Z_m (I_a + I_b) = (Z_p - Z_m) I_a + 3 Z_m I_0, \\ \alpha E_a - U_b = Z_p I_b + Z_m (I_b + I_c) = (Z_p - Z_m) I_b + 3 Z_m I_0, \\ \alpha^2 E_a - U_c = Z_p I_c + Z_m (I_c + I_a) = (Z_p + Z_m) I_c + 3 Z_m I_0. \end{cases}$$

Les facteurs $Z_p - Z_m$ et Z_m peuvent même être remplacés par leurs équivalents

$$(12) \quad Z_p - Z_m = Z^s; \qquad 3 Z_m = Z_0 - Z^s.$$

D'où, pour chaque phase,

$$(13) \quad \begin{cases} E_a - U_a = Z^s I_a + (Z^0 - Z^s) I^0 = Z^s I_a + 3 Z_m I^0, \\ \alpha E_a - U_b = Z^s I_b + 3 Z_m I^0, \ \ldots, \end{cases}$$

avec deux Z caractéristiques seulement. Le dernier terme est homopolaire.

3° *Transformateurs.* — Les équations (11) conviennent aussi aux transformateurs symétriques, soit pour le primaire, soit le secondaire, à condition de rapporter toutes les impédances et les courants au même côté (primaire ou secondaire), de séparer les courants d'excitateurs des courants de travail et de représenter par E_a, αE_a, $\alpha^2 E_a$ les forces électromotrices internes à vide, qui se déduisent des tensions secondaires mesurées à circuit ouvert. Par exemple, si le secondaire est bobiné en étoile avec fil neutre, et si l'on appelle U_{2a}, etc. les tensions aux bornes secondaires quand les courants de phase sont I_{2a}, etc.; les tensions à circuit ouvert. En désignant les tensions secondaires à circuit ouvert par $(U_{2a})_0$, $(U_{2b})_0$, $(U_{2c})_0$, on tire de (13)

$$(14) \quad \begin{cases} (U_{2a})_0 - (U_{2a}) = Z^s I_{2a} + 3 Z_m I_2^0, \\ (U_{2b})_0 - (U_{2c}) = Z^s I_{2b} + 3 Z_m I_2^0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Quand on a calculé ou mesuré les modules et arguments des constantes Z^s, Z_m et des courants I_a, I_b, I_c (on connaît donc leur résultante vectorielle I^0), on peut appliquer au calcul des U_2 par les équations (14)

([1]) Sauf dans les cas particuliers où $Z_m = Z_n$ comme dans les transformateurs.

l'abaque des chutes de tension, dont j'ai rappelé récemment l'emploi et montré qu'il s'applique même aux transformateurs à forte excitation ([1]).

Il suffit de porter à partir du pôle dans cet abaque et l'un au bout de l'autre les deux vecteurs $Z^s I_{2b}$ et $3 Z_m I$ [avec leurs phases par rapport à $(U_{2a})_0$] et de lire sur les courbes topographiques numérotées la chute de tension *relative*

$$\varepsilon = \frac{U_{2a})_0 - U_{2a}}{(U_{2a})_0}, \tag{15}$$

après avoir calculé séparément les tensions à vide et les courants d'excitation. Grâce à l'égalité $Z_m = Z_n$, on peut déterminer plus facilement les courants I_a, I_b, I_c en fonction des impédances en étoile $Z_a Z_b Z_c$ sur lesquelles débite l'alternateur, en remplaçant dans (14) U_{2a} par $Z_b I_{2a}$, U_{2b} par $Z_b I_{2b}$ etc., puis en posant, pour simplifier l'écriture :

$$Y'_a = \frac{1}{Z^s + Z_a}, \qquad Y'_b = \frac{1}{Z^s + Z_b}, \qquad Y'_c = \frac{1}{Z^s + Z_c}. \tag{16}$$

On obtient ainsi trois équations de la forme

$$I_a = Y'_a[(U_{2a})_0 - 3 Z_m I^0], \qquad I_b = \ldots, \tag{17}$$

et en les additionnant membre à membre $\left(\text{pour obtenir } I^0 = \frac{I_a + I_b + I_c}{3}\right)$ puis les résolvant par rapport à I^0, et remplaçant U_{2b} par αU_{2a}, U_{2a} par $\alpha^2 U_{2a}$, on obtient

$$I^0 = \frac{Y'_a (U_{2a})_0 + Y'_b (U_{2b})_0 + Y'_c (U_{2c})_0}{3[1 + Z_m (Y'_a + Y'_b + Y'_c)]} = \frac{Y'_i (U_{2a})_0}{1 + 3 Z_m Y'^0}, \tag{18}$$

en posant

$$\left\{\begin{aligned} Y'^0 &= \frac{1}{3}(Y'_a + Y'_b + Y'_c), \\ Y'^s &= \frac{1}{3}(Y'_a + \alpha^2 Y'_b + \alpha Y'_c), \\ Y'^i &= \frac{1}{3}(Y'_a + \alpha Y'_b + \alpha^2 Y'_c). \end{aligned}\right. \tag{19}$$

En substituant dans (17), etc., on obtient trois équations finales facilement calculables, de la forme

$$I_a = \frac{Y'_a - 3 Z_m Y'_b}{1 + 3 Z_m Y'_0} (U_{2a})_0. \tag{20}$$

([1]) *Calcul des chutes de tension des transformateurs* (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 346).

Cette solution est applicable aux transformateurs et aux feeders (en additionnant leurs chutes de tension globalenent) toutes les fois que les impédances de la centrale peuvent être négligées.

ÉLASTICITÉ. — *A propos du problème de Saint-Venant pour le cylindre fendu.* Note de MM. **Henri Villat** et **Maurice Roy**.

A la suite d'une Note que nous avons publiée récemment (¹), M. A. Mesnager a présenté (²) de très intéressantes observations qui l'amènent à une interprétation, en apparence différente de la nôtre, de la solution mathématique du problème de Saint-Venant dans certains cas particuliers.

Nous voudrions ajouter aujourd'hui quelques mots, destinés à préciser notre pensée et à dissiper l'obscurité apportée par l'extrême concision de notre première Note.

Il est tout à fait certain que dans le problème de Saint-Venant la solution théorique est telle qu'il lui corresponde au moins une réalisation pratique dans laquelle une fixation convenable des bases permet la déformation des dites bases d'une manière qui s'approche suffisamment de la déformation théorique.

Dans l'exemple en cause, du tube mince et fendu, nous avons indiqué (³) qu'on obtenait justement une réalisation pratique de cette sorte, en fixant chaque base par un point seulement, formant articulation; M. A. Mesnager (⁴) montre très élégamment la possibilité d'une autre réalisation, en utilisant des poulies minces fendues convenablement. L'existence d'une réalisation pratique permettant l'application de la solution théorique exacte que nous avons obtenue n'est donc pas en question; mais elle semble bien liée ici à la manière même dont la fixité des bases a été obtenue. Il ne paraît pas vraisemblable que la solution théorique en question soit compatible avec un mode de fixation quelconque, notamment dans le cas d'une soudure par trop étroite.

C'est sur cette remarque, de nature à mettre en garde contre certaines interprétations, que nous avons voulu attirer l'attention à propos de la

(¹) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 702.
(²) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 776.
(³) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 703.
(⁴) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 777.

solution rigoureuse du problème de Saint-Venant dans certains cas particuliers.

Bien entendu, cette remarque ne restreint en aucune manière l'intérêt du problème de Saint-Venant lorsqu'on l'applique à la plupart des cas pratiques, tels que ceux visés par M. Mesnager.

M. Charles Nicolle, faisant hommage à l'Académie d'un nouvel ouvrage intitulé *Naissance, vie et mort des maladies infectieuses*, que fera prochainement paraître la librairie Alcan, s'exprime en ces termes :

J'ai tenté de répondre, dans cet essai, à des questions que chacun de nous se pose : comment et quand sont apparues les maladies infectieuses dont nous souffrons ? Peuvent-elles disparaître et comment ? Y aura-t-il des maladies infectieuses nouvelles ? Que deviendront l'homme et les animaux domestiques dans un monde de plus en plus peuplé d'agents pathogènes ?

Il ne saurait être apporté évidemment de solution définitive à ces problèmes. Il est intéressant de savoir comment ils se posent et par quelles méthodes on peut tenter de les éclairer.

M. de Sparre fait hommage à l'Académie d'un Mémoire extrait des *Annales de la Société scientifique de Bruxelles* ayant pour titre *Note au sujet du coup de bélier d'onde dans les conduites munies de cheminées d'équilibre*.

Dans les conduites munies d'une cheminée d'équilibre il se produit, au bout de peu de temps, un mouvement d'oscillation en masse de l'eau et c'est de ce mouvement dont on se préoccupe principalement dans l'établissement de la conduite et de sa cheminée. L'établissement de ce mouvement est toutefois précédé d'un premier mouvement ondulatoire et il y a lieu de s'assurer qu'il ne donne pas naissance à un coup de bélier dangereux pour la conduite.

Le Mémoire est divisé en deux parties. Dans la première je traite le cas des basses chutes, où la cheminée est placée au distributeur. J'examine d'abord ce qui se passe pendant la première période d'oscillation de l'eau dans la conduite d'amenée, qu'il s'agisse d'une fermeture brusque ou d'une fermeture progressive. Je donne ensuite des formules permettant de calculer, par récurrence, le coup de bélier pendant les périodes suivantes et je montre que, dans le cas d'une fermeture brusque, le coup de bélier

maximum peut se produire, non pas pendant la première période d'oscillation de l'eau dans la conduite d'amenée, mais bien pendant la seconde période.

Dans la deuxième partie du Mémoire j'examine le cas où l'installation se compose d'une conduite d'amenée de grande longueur et de faible pente, suivie d'une conduite forcée, la cheminée d'équilibre étant placée à la jonction de la conduite forcée et de celle d'amenée et ayant pour but d'empêcher les coups de bélier qui peuvent se produire dans la conduite forcée de se propager, d'une façon dangereuse, dans celle d'amenée.

Je montre que dans ce cas, pour la conduite forcée, qu'il s'agisse d'une fermeture brusque ou d'une fermeture progressive, le coup de bélier maximum pourra se calculer comme si la conduite forcée était seule et que pour la conduite d'amenée, si le coup de bélier d'onde peut être très dangereux dans le cas d'une fermeture brusque, il n'y aura par contre très généralement, pas à s'en préoccuper dans le cas d'une fermeture progressive; d'ailleurs dans ce cas, comme dans celui où la cheminée est placée au distributeur, le coup de bélier maximum, pour une fermeture brusque, peut ne pas se produire pendant la première période d'oscillation de l'eau dans la conduite d'amenée, mais résulter d'un phénomène de résonance entre les périodes d'oscillation de l'eau dans la conduite forcée et dans celle d'amenée; toutefois, la majoration du coup de bélier maximum, résultant de ce phénomène, n'est pratiquement pas très considérable.

M. **H. Lecomte** fait hommage à l'Académie du fascicule 6, tome troisième [*Stylidiacées* (fin), *Goodéniacées*, *Lobéliacées*, *Campanulacées*, par P. Danguy; *Vacciniacées*, *Éricacées*, *Épacridacées*, par P. Dop; *Plumbaginacées*, par F. Pellegrin; *Primulacées*, par Bonati; *Myrsinacées*, par J. Pitard], de la *Flore générale de l'Indochine* publiée sous sa direction.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 19 avril 1930, autorisant l'acceptation du legs à titre universel qui lui a été consenti par M. *J.-A.-P. Dagnan-Bouveret*.

M. le **Ministre de l'Agriculture** invite l'Académie à lui présenter un de ses membres qui fera partie du Conseil d'administration de l'*École de Grignon* en remplacement de M. *Lindet* décédé.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Œuvres complètes de* Christiaan Huygens, publiées par la Société Hollandaise des sciences. Tome seizième : *Percussion. Question de l'existence et de la perceptibilité du mouvement absolu. Force centrifuge. Travaux divers de Statique et de Dynamique de 1659 à 1666.*

2° *Recueil d'exposés sur les ondes et corpuscules*, par Louis de Broglie.

3° Conservatoire national des Arts et Métiers. *Conférences d'actualités scientifiques et industrielles.* Année 1929.

4° *Introduction à de nouvelles recherches de Morphologie comparée sur l'aile des Insectes*, par M.-P. Vignon. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

5° *Liste des publications se rapportant à la Chimie et aux sciences annexes.* (*Avec indication des abréviations employées par* Chimie et Industrie, *de la périodicité et des bibliothèques de Paris dans lesquelles on peut consulter ces publications.*) (Présenté par M. C. Matignon.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Congruences* W *ayant le long des rayons correspondants même complexe linéaire osculateur.* Note de M. S. **Finikoff**.

1. Adoptons les notations de ma Note *Sur les congruences de M. Goursat* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1367) et soient (x, y), (X, Y) deux rayons correspondants des deux congruences W en jeu. En introduisant les coordonnées linéaires locales r_{ik} par rapport au tétraèdre $(xyXY)$, l'équation du complexe linéaire osculateur à la congruence (x, y) a la forme

$$\rho r_{13} - Q_1 r_{42} + (Q_1 q - \rho q_1) r_{34} = 0.$$

Comme le complexe contient le rayon (X, Y) ainsi que les rayons infiniment voisins du premier et du second ordre, nous avons, en excluant le cas des congruences appartenant à un même complexe linéaire.

$$(1) \qquad Q_1 q - \rho q_1 = 0, \qquad S = S_1 = N = N_1 = 0.$$

Les quatre dernières équations (1) expriment que *les foyers de chacune de nos congruences sont dans les plans focaux de l'autre, de sorte que les sommets du quadrilatère gauche* (xy XY) *sont les foyers des congruences engendrées par ses arêtes. Quant à la première équation* (1), *elle exprime la correspondance des développables des congruences* (x, X) *et* (Y, y). Or, dans la configuration H de quatre congruences telles que deux congruences contiguës aient en commun une nappe focale, si une congruence est W, la congruence opposée l'est aussi et les développables des deux autres se correspondent; le système (1) existe donc, à moins que M ne soit égal à M_1, ce qui signifierait que les quatre congruences soient congruences W dans la relation du théorème de permutabilité de Bianchi.

2. En vertu des équations fondamentales de la théorie des congruences [à savoir les conditions d'intégrabilité du système (1) de ma Note citée] les équations (1) donnent pour q, q_1, p, p_1 les valeurs

$$q^2 = Q\rho, \qquad q_1^2 = Q_1\sigma, \qquad p_1 q - p\rho = q_u + \rho_v;$$

Il en résulte que les congruences (x, X) et (y, Y) ont deux familles de développables confondues. Les foyers étant distincts, chaque congruence dégénère en la famille des génératrices d'une surface gauche qui coïncide d'ailleurs avec chaque nappe de la surface focale. *La congruence* (x, y) *est une congruence* W *arbitraire ayant comme nappes de la surface focale deux surfaces gauches dont les génératrices rectilignes se correspondent* (*congruence de M. Segre*); *il en est de même pour la congruence* (X, Y), *la surface focale étant la même, les foyers des rayons homologues* (x, y) *et* (X, Y) *étant situés sur les mêmes génératrices. Les congruences de M. Segre sont donc les seules touchées suivant* ∞^1 *rayons par chaque complexe linéaire osculateur.*

3. En revenant à la configuration H générale contenant des congruences W nous voyons qu'elle en contient toujours deux et toutes les deux appartiennent à un complexe linéaire, à moins qu'il ne s'agisse d'une configuration de Bianchi. Comme le couple de congruences stratifiables est un cas particulier de la configuration H, avec la condition $M + M_1 = 0$, et que l'équation $M = 0$ caractérise le couple stratifiable conjugué contenant deux congruences R, nous obtenons le théorème : *Les congruences* R, *les congruences d'un complexe linéaire et les congruences de M. Segre sont les seules congruences* W *stratifiables*. La congruence de M. Segre fait un couple stratifiable avec elle-même. Une configuration H étant donnée, il existe deux familles de ∞^2 quadriques dont quatre points caractéristiques coïncident avec les sommets du quadrilatère H; les quatre autres points carac-

téristiques, s'ils ne se confondent pas, déterminent deux nouvelles configurations H_1 et H_{-1}. *Si les configurations* H *et* H_1 *contiennent des congruences* R, *chaque configuration de la suite*... H_{-2}, H_{-1}, H, H_1, H_2, ... *en contient aussi.*

4. Je saisis l'occasion pour corriger ma Note citée. L'équation qui détermine les congruences de M. Fubini doit être écrite

$$(\log Q^3\rho)_u(\log Q_1\sigma)_v = \log(Q\rho^3)_v(\log Q_1\sigma^3)_u.$$

Il en résulte que chaque congruence d'un complexe linéaire est congruence de Fubini. La congruence R est congruence de Fubini si $\sigma = f(\rho)$. Quatre congruences successives d'une suite de Laplace étant congruences de Fubini, chaque congruence de la suite l'est aussi.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur certaines classes de surfaces de l'espace euclidien à trois dimensions.* Note de M. GEORGES BOULIGAND.

I. M. G. Durand a mis en évidence [1], par un exemple, la possibilité pour l'aire $S(\rho)$ du système des surfaces, lieu des points ρ-distants d'un ensemble borné E, d'être fonction discontinue de ρ, pour une valeur telle que l'ensemble ouvert E_ρ des points distants de E de moins de ρ ait une partie de sa frontière de mesure non nulle et non frontière extérieure. L'attention se portant occasionnellement vers de tels points de la frontière, j'ai justifié cette prévision de M. G. Durand : *tout point frontière de* E_ρ, *non situé sur la frontière extérieure, est point de multifurcation*. J'ai prouvé en outre que *tout point de la frontière extérieure, est limite de points ordinaires.*

Puis j'ai repris le problème P : *les points de multifurcation, sur la frontière extérieure* F de E_ρ, *forment-ils un ensemble de mesure nulle ?* Ce problème, que j'avais posé antérieurement [2], a conduit M. G. Durand à une étude profonde des divers genres de points de multifurcation et à la mise en évidence de cas très complexes qui lui ont suggéré, comme sauvegarde, la notion de *convergence normale* de sa Note citée. Indépendamment de cette notion, j'ai obtenu ce résultat : P se résout affirmativement quand est réa-

---

(1) G. DURAND, *Points ordinaires et points singuliers des enveloppes de sphères* (*Comptes rendus*, 190, 1930, note au bas de la page 572).

(2) G. BOULIGAND, *Ensembles impropres et nombre dimensionnel* (*Bull. des Sc. math.*, 2e série, 52, 1928, p. 372). Pour les points de multifurcation non situés sur la frontière extérieure de E_ρ, l'exemple de M. G. Durand montre que P peut se résoudre négativement.

lisée cette hypothèse H : il existe en chaque point de F un cône droit à base circulaire ne contenant aucun point de E_ρ. Je montre d'abord que le voisinage d'un point de F est alors *régulier*, c'est-à-dire, pour un certain choix d'axes, peut se représenter par $z = f(xy)$ où f est à nombres dérivés bornés. Du lemme de Borel-Lebesgue et du fait que les portions de surface, en nombre fini, recouvrant F, sont rectifiables, découle finalement le résultat.

L'hypothèse H étant toujours réalisée à partir d'une valeur de ρ qu'on peut prendre, avec M. G. Durand, égale au diamètre de E, on peut transformer le problème P. Regardons E comme la réunion d'ensembles, en nombre fini et de diamètre $< \rho$. Tout point de la frontière F relative à E est sur l'une des frontières extérieures obtenues de même pour les ensembles partiels. Sur la réunion de toutes ces frontières, les points qui sont de multifurcation pour l'une d'elles forment un ensemble de mesure nulle. Lorsque l'ensemble total des points, communs à deux d'entre elles et qui sont ordinaires pour l'une et l'autre, peut être reconnu de mesure nulle, P se résout affirmativement, l'ensemble de l'énoncé étant dans un autre de mesure nulle. Or, en un point commun à deux frontières partielles F′ et F″, ordinaire pour chacune : ou les plans tangents sont distincts, H se réalise sur la frontière de réunion (F′, F″) et le point a son voisinage régulier sur (F′, F″); ou ils coïncident et, la conclusion tombant, on voit naître une éventualité en vertu de laquelle P peut se résoudre négativement. *Exemple* (commun avec M. G. Durand) : E comprend, dans deux faces opposées d'un cube d'arête $2\rho_0$, deux ensembles discontinus de mesure positive, identiques à la translation près superposant ces faces; une discontinuité de $S(\rho)$ se présente pour $\rho = \rho_0$.

II. Une droite D, passant au point A d'accumulation de l'ensemble E, appartient au *paratingent* Π_A de E en A, si E contient deux suites de points P_i et Q_i distincts, tels que les droites P_iQ_i tendent vers D pour i infini. Si Π_A découpe sur la sphère de centre A soit au moins un domaine, soit la totalité de cette sphère, on dit que A est *hyperlimite*, soit partiel, soit total. Vu que Π_A est fermé, si E n'a pas de point hyperlimite total, en prenant pour $z'z$ en un point A du dérivé E′ une direction du complémentaire de Π_A, on met en correspondance biunivoque un voisinage de A sur E et sa projection sur le plan de xy. Soit E fermé; on peut le recouvrir d'un nombre fini de cylindres droits, tels qu'une parallèle aux génératrices de l'un d'eux, le traversant, contienne à son intérieur au plus un point de E. La locution : *surface dépourvue de points hyperlimites totaux* a donc par elle-même un sens précis et désigne la réunion de morceaux représentables sous la forme $z = f(x, y)$

et à pentes bornées [1]. Partant de là, je montre qu'*en l'absence complète de points hyperlimites, la surface a partout un plan tangent.* Je donne ainsi une base intrinsèque et indépendante de la théorie des dérivées à un résultat qui fit l'objet de tentatives géométriques [2].

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les valeurs exceptionnelles d'une fonction méromorphe dans tout le plan.* Note [3] de M. **Henri Cartan.**

Je me propose de préciser et d'étendre aux fonctions méromorphes d'ordre infini un théorème de M. Collingwood [4] relatif aux fonctions d'ordre fini. Je vais établir la proposition suivante :

Théorème. — *Soient $y = f(x)$ une fonction méromorphe dans tout le plan, $x = g(y)$ la fonction inverse, et a un nombre complexe* [5] *tel que les points critiques de $g(y)$ soient tous à une distance de a supérieure à un nombre fixe. On a alors*

(1) $$\overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{T(r) - N(r, a)}{\log T(r)} < 1 \quad [6],$$

à condition d'exclure des valeurs de r qui remplissent des intervalles I(*r*) *dans lesquels la variation totale de* log *r est finie* (intervalles qui ne dépendent pas de la valeur *a* considérée). *Si $f(x)$ est d'ordre fini* [7] ρ, *on a, sans intervalles exceptionnels,*

(1)' $$\overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{T(r) - N(r, a)}{\rho \log r} \leq 1.$$

Démonstration. — Il existe par hypothèse un nombre positif k, tel que,

---

(1) Ces indications renforcent divers énoncés de mon Mémoire *Sur quelques points de Topologie restreinte* (*Bull. Soc. math.*, 56, 1928, p. 32 à 34).

(2) Rouché et Comberousse, *Géométrie*, 2, 5e édition, 1883, p. 224.

(3) Séance du 23 avril 1930.

(4) *Sur les valeurs exceptionnelles des fonctions entières d'ordre fini* (*Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1125).

(5) Nous supposons qu'il existe un tel nombre; on connaît des fonctions $f(x)$ pour lesquelles il n'en existe pas.

(6) Nous utilisons les notations de M. Nevanlinna; lorsque aucune confusion n'est possible, nous écrivons T(r) au lieu de T(r, f).

(7) Dans ce cas, $g(y)$ n'a qu'un nombre fini de points critiques transcendants. Il suffit donc de supposer que a n'est pas une valeur asymptotique, ni un point d'accumulation de points critiques algébriques.

si l'inégalité

$$|y - a| < k$$

est vérifiée, toutes les branches $g_n(y)$ de la fonction inverse $g(y)$ sont holomorphes et uniformes; les $g_n(y)$ sont d'ailleurs univalentes et ne s'annulent pas (sauf une peut-être). La théorie des fonctions univalentes montre que l'on a

$$\log\left|\frac{g_n(a)}{g_n(y)}\right| < \mathrm{K}u \quad \left(\mathrm{K} \text{ fixe}, \ u = |y - a| < \frac{k}{2}\right),$$

d'où

$$(2) \qquad \mathrm{N}(r, y) - \mathrm{N}(r, a) = \sum_{1}^{\infty}\left(\overset{+}{\log}\frac{r}{|g_n(y)|} - \overset{+}{\log}\frac{r}{|g_n(a)|}\right) < \mathrm{K}u\, n(r, y),$$

$n(r, y)$ désignant le nombre des zéros de $f(x) - y$, de modules inférieurs à r. On a d'autre part ([1])

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{N}(r, a + u e^{i\theta})\, d\theta = \mathrm{T}\left(r, \frac{f-a}{u}\right) - \overset{+}{\log}\frac{|f(0) - a|}{u},$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} n(r, a + u e^{i\theta})\, d\theta = t\left(r, \frac{f-a}{u}\right).$$

Remplaçons y par $a + u e^{i\theta}$ dans (2) et intégrons; il vient

$$\mathrm{T}\left(r, \frac{f-a}{u}\right) - \mathrm{N}(r, a) < \overset{+}{\log}\frac{|f(0) - a|}{u} + \mathrm{K}ut\left(r, \frac{f-a}{u}\right),$$

d'où

$$(3) \qquad \mathrm{T}(r, f) - \mathrm{N}(r, a) < \mathrm{K}_1 + \overset{+}{\log}\frac{1}{u} + \mathrm{K}ut\left(r, \frac{f-a}{u}\right).$$

Mais, comme $t\left(r, \frac{f-a}{u}\right)$ est une fonction croissante de r, on a

$$t\left(r, \frac{f-a}{u}\right) = r\,\frac{d\mathrm{T}\left(r, \frac{f-a}{u}\right)}{dr} \leqq \frac{\mathrm{T}\left(r', \frac{f-a}{u}\right) - \mathrm{T}\left(r, \frac{f-a}{u}\right)}{\log r' - \log r},$$

$$(4) \qquad t\left(r, \frac{f-a}{u}\right) < \frac{\mathrm{K}_2 + \overset{+}{\log}\frac{1}{u} + \mathrm{T}(r', f) - \mathrm{T}(r, f)}{\log r' - \log r}.$$

([1]) Voir deux de mes Notes antérieures (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 521 et 625).

1° *Cas où $f(x)$ est d'ordre fini* ρ. — ε étant positif arbitraire, on a

$$T(r) < \left(\frac{r}{2}\right)^{\rho+\varepsilon}$$

si r est assez grand.

Dans (4), puis (3), prenons $r' = 2r$, $u = \frac{1}{r^{\rho+\varepsilon}}$. Il vient

$$T(r) - N(r, a) < K' + (\rho + \varepsilon) \log r,$$

ce qui établit l'inégalité (1').

2° *Cas général :*

Lemme (¹). — $T(r)$ *étant une fonction croissante, on a*

$$T\left(r e^{\frac{1}{T(r)}}\right) < T(r) + [\log T(r)]^{\alpha} \qquad (\alpha > 1),$$

si r est extérieur à des intervalles $I(r)$ dans lesquels la variation totale de $\log r$ *est finie.*

Dans (4), puis (3), prenons $r' = r e^{\frac{1}{T(r)}}$, $u = \frac{1}{T(r)[\log T(r)]^{\alpha}}$. Il vient

$$T(r) - N(r, a) < K' + \log T(r) + \alpha \log \log T(r),$$

d'où l'inégalité (1).

THÉORIE DES GROUPES. — *Le troisième théorème fondamental de Lie.* Note de M. Élie Cartan.

Je me propose de montrer, en m'appuyant sur les résultats d'une Note précédente (²), qu'à toute structure infinitésimale *non intégrable* correspond un groupe de transformations opérant d'une manière partout régulière dans une variété convenablement choisie.

Tout groupe non intégrable G d'ordre r admet un plus grand sous-groupe invariant intégrable Γ(³); de plus, on peut supposer choisie la base infinitésimale du groupe de manière que les ρ dernières transformations infinitésimales $Y_1 f, \ldots, Y_\rho f$ engendrent Γ, les $r-\rho$ premières $X_1 f, \ldots, X_{r-\rho} f$

(¹) J'établirai ce lemme dans un autre travail.

(²) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 914-916.

(³) E. Cartan, *Thèse* (Paris, Nony, 1894, p. 97-98).

engendrant un *sous-groupe* g, nécessairement semi-simple, de G [1]. Les équations de structure prennent alors la forme

$$(1) \qquad \omega'_s = \sum_{i,j}^{1,\ldots,r-\rho} a_{ijs}[\omega_i\omega_j] \qquad (s = 1, \ldots, r-\rho),$$

$$(2) \qquad \varpi'_\alpha = \sum_{\beta,\gamma}^{1,\ldots,\rho} c_{\beta\gamma\alpha}[\varpi_\beta\varpi_\gamma] + \sum_{k=1}^{k=r-\rho}\sum_{\lambda=1}^{\lambda=\rho} b_{k\lambda\alpha}[\omega_k\varpi_\lambda] \qquad (\alpha = 1, \ldots, \rho).$$

Le sous-groupe engendré par les $X_s f$ n'admettant aucune transformation infinitésimale distinguée, la première démonstration donnée par S. Lie du troisième théorème fondamental est applicable, et il existe un groupe g, qu'on peut supposer simplement connexe, partout régulier, correspondant aux constantes de structure a_{ijs}. Au voisinage de chaque transformation de g, on peut introduire des paramètres locaux ξ_i tels que les ω_s soient des formes de Pfaff linéairement indépendantes par rapport aux $d\xi_i$.

Les coefficients $b_{k\lambda\alpha}$ des formules (2) sont les coefficients des transformations infinitésimales d'un groupe linéaire $\bar{g}$ isomorphe de g, celui qui indique comment g transforme entre elles les transformations infinitésimales de Γ. Soient

$$u'_\alpha = \sum_\lambda A_{\alpha\lambda}(\xi)u_\lambda$$

les équations de la substitution linéaire de $\bar{g}$ qui correspond à la transformation S_ξ de g; les $A_{\alpha\lambda}$ sont des fonctions partout régulières dans la variété de g. En posant

$$(3) \qquad \bar{\varpi}_\alpha = \sum_\lambda A_{\alpha\lambda}(\xi)\varpi_\lambda,$$

on montre facilement que les équations (2) se réduisent à

$$(2') \qquad \bar{\varpi}'_\alpha = \sum_{\beta,\gamma}^{1,\ldots,\rho} c_{\beta\gamma\alpha}[\bar{\varpi}_\beta\bar{\varpi}_\gamma],$$

c'est-à-dire aux équations de structure du groupe intégrable Γ [2].

---

[1] E.-E. Levi, *Sulla struttura dei gruppi finiti e continui* (*Atti Accad. Torino*, **40**, 1905, p. 3-17).

[2] Cf. E. Cartan, *Sur la structure des groupes infinis de transformations* (*Ann. Éc. Norm.*, **21**, 1905, p. 220-223).

Les équations (2′) peuvent être intégrées en prenant

$$\overline{\varpi}_\alpha = \sum_\lambda P_{\alpha\lambda}(u_1, \ldots, u_\rho)\, du_\lambda,$$

les $P_{\alpha\lambda}$ étant des fonctions analytiques entières de $u_1, \ldots, u_\rho$.

Cela posé, on aura le groupe des paramètres de G en intégrant les équations

(4) $$\omega_s(\xi'; d\xi') = \omega_s(\xi; d\xi),$$

(5) $$\varpi_\alpha(\xi', u'; du') = \varpi_\alpha(\xi, u; du).$$

Les équations (4) fournissent le groupe des paramètres de g

(6) $$S_{\xi'} = S_b S_\xi.$$

Quant aux équations (5), elles s'écrivent, en tenant compte de (3) et (6),

$$\overline{\varpi}_\alpha(u'; du') = \sum_\lambda A_{\alpha\lambda}(b)\overline{\varpi}_\alpha(u; du).$$

D'après les propriétés analytiques des formes $\overline{\varpi}_\alpha$ (1), ces équations peuvent être résolues successivement par rapport à $du'_1, du'_2, \ldots, du'_\rho$, et elles donnent de proche en proche pour les u'_α des fonctions des b_i, des u_α et de ρ paramètres a_α qui sont, pour chaque point (b) de la variété de g, *analytiques et entières* par rapport aux u_α et a_α. Cela démontre l'existence effective d'un groupe G partout régulier dont la variété peut être regardée comme le produit topologique de la variété du groupe semi-simple g et de l'espace euclidien à ρ dimensions.

En s'appuyant sur le théorème général qui vient d'être démontré, on obtient le curieux théorème suivant :

Si un groupe de Lie simplement connexe n'admet pas de transformation infinitésimale distinguée, et s'il existe dans la variété de ce groupe une intégrale double de différentielle exacte dont l'élément différentiel soit invariant par l'un des groupes des paramètres, cette intégrale n'admet aucune période.

---

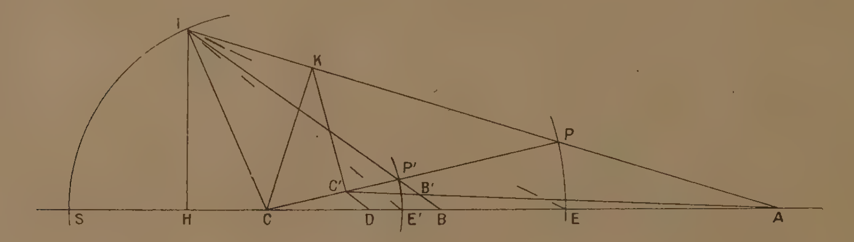
(1) Voir la Note précédemment rappelée des *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 915.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *L'astigmatisme du pinceau réfracté par un dioptre sphérique*. Note (¹) de M. **Marcel Dufour**, transmise par M. Pierre Weiss.

L'usage des verres correcteurs donnant des images ponctuelles se répandant de plus en plus, il est désirable que les oculistes et les opticiens sans connaissances mathématiques étendues puissent se rendre compte du rôle optique de ces verres. J'ai montré que l'on obtenait par des considérations très simples les équations de Sturm (²),

$$\frac{n}{b}=\frac{1}{a}+\frac{n\cos i'-\cos i}{R}=\frac{1}{a}+\frac{\sin(i-i')}{R\sin i'} \quad \text{et} \quad \frac{n\cos^2 i'}{b'}=\frac{\cos^2 i}{a}+\frac{\sin(i-i')}{R\sin i'}.$$

Soient IA un rayon lumineux rencontrant en I le dioptre sphérique de rayon R et d'indice n, P l'intersection du rayon incident avec une circonférence auxiliaire, de centre C et de rayon nR, et P′ l'intersection de la droite CP avec la circonférence auxiliaire de centre C et de rayon R/n :



le rayon réfracté est IP′B (³), E et E′, points d'intersection de l'axe SC avec les deux circonférences auxiliaires, sont les points stigmatiques du dioptre. L'angle CPI est égal à l'angle de réfraction i', et l'angle CP′I est égal à l'angle d'incidence i.

(¹) Séance du 23 avril 1930.

(²) M. Dufour, *Le pinceau astigmate et les trois équations de Sturm* (*Bull. et Mém. de la Soc. f. d'Opht.*, **42**, 1929, p. 187, et *Ann. d'Oc.*, **166**, 1929, p. 880).

(³) Cette construction, appelée en Allemagne construction de Weierstrass (W. Hinrichs, *Einführung in die geometrische Optik*, Leipzig, 1911), avait déjà, d'après M. Tscherning, été indiquée par Young [M. Tscherning, *La Théorie de Gauss appliquée à la réfraction par incidence oblique* (*Det kgl. Danske Vidensk. Selskab. Math. fys. Medd.*, **1**, 1919, p. 15)].

On peut déterminer les points focaux B et B′ par la construction de Lissajous en prenant pour axes IA et IB. Le centre de projection relatif à B est C, et le centre de projection C′ relatif à B′ doit être sur la ligne CP puisque B et B′ se confondent si la source lumineuse est en P. On sait trouver C′ en menant la droite CK perpendiculaire à OA, puis la perpendiculaire KC′ à CP. Par suite, $CC' = R \sin i \sin i'$ ou, si i et i' sont infiniment petits, $CC' = R i i'$.

Pour calculer la distance BB′ des deux points focaux, menons C′D parallèle à IB. Nous avons

$$BB' = \frac{BA}{DA} DC' = \frac{BA}{DA} \frac{\sin DCC'}{\sin CDC'} CC'.$$

Si la distance $h = HI$ du point d'incidence à l'axe SCBA est infiniment petite du premier ordre, BB′, CC′ et C′D sont des infiniment petits du second ordre. Le rapport $\frac{BA}{DA}$ a pour limite $\frac{BA}{CA} = \frac{a - b}{a - R}$.

Nous pouvons écrire

$$\frac{BA}{CA} = \frac{\frac{h}{b} - \frac{h}{a}}{\frac{h}{R} - \frac{h}{a}} \frac{b}{R} = \frac{i - i'}{i} \frac{b}{R} = \frac{n - 1}{n} \frac{b}{R}.$$

D'autre part la limite du rapport $\frac{\sin DCC'}{\sin CDC'}$ est

$$\frac{DCC'}{CDC'} = \frac{ECP}{EIP} \frac{EIP}{CDC'} = \frac{1}{\frac{h}{b}} \cdot \lim \frac{ECP}{EIP} EIP = \frac{b}{h} \frac{n + 1}{n} \omega,$$

en désignant par ω l'angle EIP que fait le rayon incident avec la droite IE qui passe par le point stigmatique objet E.

Donc

$$BB' = \left(\frac{n - 1}{n} \frac{b}{R}\right) \left(\frac{n + 1}{n} \frac{b}{h} \omega\right) R i i'.$$

Nous avons $i = n i'$ et $\omega = n\omega'$, ω' étant l'angle du rayon réfracté avec la droite IE′ qui passe par le point stigmatique image.

L'astigmatisme du pinceau réfracté est défini par la différence $\frac{n}{b'} - \frac{n}{b}$ ou $n \frac{BB'}{b^2}$, si h est infiniment petit, et nous obtenons

$$n \frac{BB'}{b^2} = \frac{n^2 - 1}{n^2} \frac{i^2 \omega}{h} = n (n^2 - 1) \frac{i'^2 \omega'}{h}.$$

En remplaçant i et ω par les valeurs

$$h\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{a}\right) \quad \text{et} \quad h\left(\frac{1}{(m+1)R}-\frac{1}{a}\right),$$

on retrouve la forme habituelle [1].

OPTIQUE. — *Sur les groupes de résonance de la vapeur diatomique de soufre.* Note [2] de M. **P. Swings**, présentée par M. M. de Broglie.

Nous avons indiqué [3] qu'une méthode élaborée en vue d'une étude plus approfondie du spectre de résonance du soufre nous permettait d'étudier à grande dispersion la structure des groupes de résonance. Dans la seconde Note citée, nous faisions remarquer la grande complexité de ces groupes et donnions le tableau des longueurs d'onde des raies constituant le treizième groupe complexe positif, excité par la raie 3132 Hg.

En vue d'arriver à une explication de ces multiplets de résonance, nous avons étudié à grande dispersion le voisinage des raies 3132 et 3126 Hg qui donnent les séries les plus intenses. La raie 3132 est un doublet dont les deux composantes E_1 et E_2 diffèrent de 2,9 cm^{-1}. Appelons $\Delta\nu$ les différences entre les fréquences des raies observées dans le spectre de résonance et la fréquence de la composante E_1 de plus grande longueur d'onde dans 3132 Hg.

Si, en partant de la valeur trouvée par Henri et Teves pour le moment d'inertie de la molécule diatomique de soufre, on calcule l'écartement $\Delta'\nu$ des composantes des doublets de rotation dans le spectre de résonance, on trouve en cm^{-1}

(1) $$\Delta'\nu = 8{,}1 . m \text{ environ},$$

m étant le nombre quantique de la rotation de la molécule excitée. Comme le montre le tableau suivant, il est possible d'attribuer les 27 raies observées au voisinage de 3132 et 3126 — sauf les raies marquées A dans le tableau — soit à E_1, soit à E_2, soit à $E_3 = 3126$, de manière à vérifier la formule (1).

---

(1) Un Mémoire plus étendu sera publié dans un autre Recueil.

(2) Séance du 17 février 1930.

(3) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 982; *Bulletin de l'Académie polonaise des Sciences et des Lettres, Classe des Sciences*, série A, **10**, décembre 1929, p. 616-620.

Δν +	Intensités.	Attribution.	m.	Δν/m	Δν —	Intensités.	Attribution.	m.	Δν/m
81,8	1	E_1	10	8,2	2,9	20	HgE_2	–	–
80	2	E_2	10	8,3	9,4	2	A	–	–
41,5	3	E_1	5	8,2	11,1	2			
32,6	1	E_1	4	8,1	15,6	5	E_1	2	7,8
28,6	1	E_2	4	7,9	19,3	2	E_2	2	8,2
24,6	1	E_1	3	8,2	22,5	2	E_3	5	8,1
20,2	5	E_2	3	7,7	25,6	3	E_1	3	8,5
18,8	1	A	–	–	28,3	2	E_2	3	8,4
17,1	1				30,6	5	E_3	4	8,1
13,2	6	E_2	2	8,05	32,4	2	A	–	–
11,8	1	A	–	–	34,1	2			
9,9	1				63	20	HgE_3	–	–
8	3	E_1	1	8	79	1	E_3	2	8
5,5	1	E_2	1	8,4	86	5	E_3	3	7,7
0	20	HgE_1	–	–	87,5	2	E_1 ou E_2	–	–

La valeur moyenne de $\frac{\Delta\nu}{m}$ est 8,07. Remarquons que les raies marquées A constituent des doublets d'écartement 1,7 cm^{-1} et dont les composantes sont d'égale intensité. Il est impossible de faire rentrer certains de ces doublets dans les groupements. On les retrouve dans de nombreux autres groupes de résonance, l'écartement restant toujours environ 1,7 cm^{-1}. Nous n'en avons jusqu'ici aucune explication satisfaisante.

Si l'on excepte les doublets A, on peut de même décomposer les autres groupes de résonance en doublets de rotation, vérifiant la formule (1): les calculs ont été faits notamment pour le premier groupe dû à 3132 et 3126 et pour le troisième groupe dû à 2968.

Il semble bien en résulter que, à part les doublets A, la complexité des groupes de résonance du soufre soit due à la superposition de plusieurs termes de rotation, de nombres quantiques différents. Il est probable que la raie excitatrice recouvre plusieurs raies d'absorption correspondant à des états de rotation différents. La complexité ne proviendrait donc pas d'une structure moléculaire complexe, mais de l'excitation de molécules de rotations différentes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Du rôle des non-électrolytes dans la stabilité des milieux biologiques.* Note (¹) de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Achard.

Nous avons montré (²) d'une part que l'addition, même à faible concentration, de sels neutres rend très difficile sinon impossible la séparation des protéines sériques par la *méthode à l'acétone,* d'autre part que les propriétés physico-chimiques de ces protéines dépendent essentiellement de l'activité électrique des électrolytes adsorbés par elles.

Ce nouveau travail a pour but de rechercher dans quelle mesure s'exerce cette influence des électrolytes et jusqu'à quel point elle rend compte de la stabilité des milieux biologiques et en particulier du sérum sanguin.

I. On sait que, par la dialyse aqueuse et surtout par l'électrodialyse, on peut éliminer presque totalement les électrolytes d'un volume donné de sérum. M. Dhéré (³) le premier a montré que, par l'électrodialyse, la conductibilité d'un sérum de concentration 15 pour 100 en protéines peut être abaissée en quelques heures d'une conductibilité 27.10^{-6} (dialyse aqueuse) à $7,6.10^{-6}$. Ayant en vue plus spécialement les caractères des protéines sériques floculées pendant l'élimination des électrolytes nous avons eu recours, faute de ressources suffisantes, à la simple dialyse aqueuse conduite dans les conditions suivantes : septum en *cellophane* de porosité beaucoup plus régulière que le collodion, très faible épaisseur (3 à 5^{mm}) de la liqueur à dialyser, température oscillant de 1 à 3° (chambre froide), durée moyenne de 12 à 18 jours avec 6 à 8 changements d'eau. La dialyse était poussée jusqu'à ce que la dernière eau, après concentration au bain-marie, ne révèle plus que des traces de chlorures et de bases alcalines. Voici, dans cinq expériences, la totalité des électrolytes passés dans les eaux de dialyse ; les chlorures sont titrés avec le nitrate d'argent $\frac{N}{10}$, l'alcalinité à l'ébullition à l'aide de HCl $\frac{N}{10}$ en présence de rouge de méthyle comme indicateur :

(¹) Séance du 23 avril 1930.

(²) Maurice Piettre, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 1034.

(³) Charles Dhéré, *Sonder-Abdruck aus der Kolloid-Zeitschrift*, **41**, 1927, fasc. 3, p. 244 à 258, et *Ibid.*, fasc. 4, p. 316 à 326.

		Pour 100cm³ de sérum.	
		NaCl.	Alcalinité en NaOH $\frac{N}{10}$.
		g	cm³
Cheval	N° 1	0,627	35,6
	» 2	0,60	34,2
	» 3	0,579	32,6
Bœuf	» 1	0,596	31,79
	» 2	0,618	33,09

Le contenu des dialyseurs donnait, après centrifugation, des liqueurs sériques presque doubles des volumes primitifs de sérum, et respectivement les précipités protéidiques suivants, lavés et séchés sur vide sulfurique :

$1^g,00 - 0^g,67 - 0,88 - 0,87 - 0,62.$

Ces précipités ne sont pas, comme on le croit, de la sérumglobuline seule mais des mélanges variables de globuline, de « myxoprotéine » et même de sérumalbumine qu'on peut d'ailleurs éliminer par lavages et centrifugations. Ils contiennent en outre une proportion assez abondante de lipides jaunâtres, en moyenne 5,60 pour 100 de leur poids au kumagava, et plus spécialement de lipides phosphorés (0,62 pour 100 de phosphore pour le mélange des six expériences relatées plus haut).

II. Même débarrassées de ces floculats et des électrolytes, les liqueurs sériques sont *stables*, restant relativement limpides bien qu'elles contiennent encore dispersées une grande partie de globulines, plus de 75 pour 100.

Pour rompre cette stabilité, les procédés mécaniques n'ont donné aucun résultat, ni la congélation brusque suivie de réchauffement, ni la dessiccation dans le vide, etc.

Par contre, l'extraction des *lipides* nous a apporté la solution la plus heureuse. La liqueur séchée sur sulfurique, puis finement broyée, est épuisée à plusieurs reprises avec de l'éther anhydre. Si l'on reprend alors la poudre par de l'eau distillée on constate la formation d'une importante floculation ; après centrifugation, la solution aqueuse saturée d'éther donne encore un précipité mais peu abondant. On sèche à nouveau sur vide et recommence la même opération. Chaque rupture d'équilibre se traduit par une floculation, en même temps que l'éther enlève des lipides.

Dans une expérience portant sur $6^g,4924$ de matière sèche on a obtenu les séparations suivantes :

	Protéines floculées.	Lipides enlevés à l'éther.
	g	g
Premier traitement éthéré..	1,3792	0,0452
Deuxième traitement éthéré...........	1,1501	0,0382
Troisième traitement éthéré..........	0,1632	0,0272

Ces lipides incolores se caractérisent par une extrême pauvreté en phosphore.

III. La sérumalbumine n'est cependant pas encore pure. Il faut se mettre en réaction très légèrement acide, par des essais à l'aide d'HCl $\frac{N}{100}$, pour floculer les dernières fractions de globuline (sans doute retenues en raison de la présence de traces d'électrolytes seules justiciables de l'électrodialyse).

Conclusions. — La dialyse aqueuse simple, même très poussée, ne semble pas, comme l'à établi M. Dhéré, devoir éliminer la totalité des électrolytes.

Si les électrolytes jouent un rôle important dans l'équilibre des liquides organiques, ce rôle ne dépasse cependant pas certaines limites.

Les lipides ont une influence très remarquable et dont il reste à expliquer le mécanisme physico-chimique.

Ces recherches montrent qu'il faut faire une place désormais importante aux *non-électrolytes*.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude du système* $HgO.SO^3.H^2O$. Note de M. **M. Paić**, présentée par M. G. Urbain.

Le système $HgO.SO^3.H^2O$ et plus particulièrement les sulfates basiques de mercure ont été l'objet de travaux nombreux, mais souvent contradictoires. Il nous a paru intéressant de reprendre leur étude en contrôlant les résultats analytiques par des radiogrammes de poudre, obtenus par la méthode de Debye et Scherrer qui donne, pour les phases cristallines, des figures caractéristiques.

Nous avons étudié les diverses phases solides qui prennent naissance à 25°, lorsqu'on fait varier l'acidité et la concentration des solutions de sulfate mercurique. De plus, quelques expériences ont été réalisées à 100°, et en tube scellé, à 250°. L'action d'un broyage à sec de l'oxyde HgO avec divers sulfates de mercure a été également étudiée.

Les résultats obtenus sont les suivants :

1° A 25°, on retrouve les quatre phases signalées par Hoitsema [1] : $3HgO.SO^3$ (turbith minéral), $3HgO.2SO^3.2H^2O$, $HgSO^4.H^2O$ et $HgSO^4$. Les radiogrammes reproduits ci-contre confirment sans ambiguïté l'existence, à cette température, des phases $3HgO.2SO^3.2H^2O$ et $HgSO^4.H^2O$, contestées par Cox [2].

2° Les différences de coloration que présente le turbith minéral, suivant

(1) Hoitsema, *Zeitschr. f. phys. Chem.*, 17, 1895, p. 657.

(2) Cox, *Zeitschr. f. allg. und anorg. Chem.*, 40, 1904, p. 146.

le mode opératoire, proviennent de la grosseur des cristaux : la teinte jaune orangée de ceux-ci est d'autant plus vive que le précipité est mieux cristallisé.



1. $3\,HgO.SO^3$. — 2. $3\,HgO.2\,SO^3.2\,H^2O$. — 3. $HgSO^4.H^2O$. — 4. $HgSO^4$.

L'analyse chimique et les radiogrammes montrent qu'il s'agit d'une seule phase solide, répondant à la formule $3\,HgO.SO^3$.

Les conclusions de Ray (1) en ce qui concerne l'existence de deux modifications α et β d'un sel $3\,HgO.SO^3.\frac{1}{2}H^2O$ ne sauraient donc être retenues.

3° Le composé $4\,HgO.SO^3$, signalé par Athanasesco (2), s'identifie également avec le turbith minéral, mais les cristaux qui prennent naissance à 250°, en tube scellé, avec ou sans acide nitrique, donnent des cristaux visibles à l'œil nu et présentent de ce fait une teinte très vive.

4° Nous avons pu reproduire le composé $3\,HgO.SO^3$ par simple broyage à sec d'un mélange de $HgSO^4$ ou de $3\,HgO.2\,SO^3.2\,H^2O$ avec l'oxyde de mercure.

5° Le sel $3\,HgO.4\,SO^3$, signalé par Hopkins (3), n'est autre que le sulfate mercurique $HgSO^4$.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du cyanogène total dans les eaux de cokerie.* Note de MM. **A. Travers** et **Avenet**, présentée par M. Matignon.

Les eaux résiduaires de cokerie renferment du cyanogène sous forme de cyanures et de sulfocyanures; en raison de la présence de fer dans ces eaux, on ne trouve pas en général de ferrocyanures *solubles*.

---

(1) Ray, *J. of Chem. Soc.*, 71, 1897, p. 1097.
(2) Athanasesco, *Comptes rendus*, 103, 1886, p. 272.
(3) Hopkins, *Am. J. of Sc.*, 18, 1830, p. 364.

La présence de nombreux anions dans ces eaux ne permet pas le dosage argentimétrique direct. La distillation en présence d'acide sulfurique dilué fournit bien de l'acide cyanhydrique, mais donne en même temps du gaz sulfureux, de l'acide sulfhydrique, etc.; de plus l'acide sulfocyanhydrique subit une décomposition complexe et incomplète avec formation en particulier d'acide cyanhydrique et d'hydrogène sulfuré.

Nous avons cherché à oxyder l'acide sulfocyanhydrique en acides cyanhydrique et sulfurique en même temps que les acides sulfureux, sulfhydrique, hyposulfureux, etc.

L'eau oxyénée ordinaire, le perhydrol lui-même employé en excès, n'oxydent qu'incomplètement les sulfocyanures en milieu acide, et ne touchent pas aux cyanures.

En employant l'eau oxygénée *à l'état naissant*, en milieu alcalin [addition de peroxyde de sodium en excès, par petites portions, dans la solution refroidie (¹) à température inférieure à 0°], on rend l'oxydation complète et rapide (une dizaine de minutes); on distille ensuite sur l'acide sulfurique dilué; on recueille ainsi dans la potasse l'acide cyanhydrique provenant à la fois des cyanures et des sulfocyanures, on titre ensuite le cyanure en milieu ammoniacal, par la méthode argentimétrique (KI indicateur).

Les phénols présents dans les eaux résiduaires (4 à 5^{g} par litre), et qui passent dans le distillat, ne sont pas gênants.

On obtient ainsi avec une précision dépassant le $\frac{1}{100}$ le cyanogène total.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acidylhydrazides optiquement actifs et leur emploi pour la séparation en antipodes optiques des aldéhydes et des cétones racémiques.* Note (²) de M. SÉBASTIEN SABETAY, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons exprimé (³) l'opinion que la différence dans la nuance de l'odeur entre les ionones synthétiques et l'irone pouvait provenir non seulement de la position de la double liaison, mais aussi de l'activité optique de l'irone, produit naturel, les ionones, produits de synthèse, étant racémiques et aucun essai n'ayant été entrepris pour leur séparation en antipodes optiques. La β-ionone, signalée pour la première fois dans un pro-

(¹) Il faut éviter la décomposition visible de H^2O^2.

(²) Séance du 23 avril 1930.

(³) S. SABBTAY, *Bull. Soc. ch.*, 4e série, 45, 1929, p. 1169.

duit naturel [1] (l'essence concrète de *Boronia megastigma*), a été trouvée inactive, ce qui n'a rien de surprenant puisqu'elle ne possède pas de carbone asymétrique. Par contre il en existe un dans l'α-ionone. En vue de sa séparation en antipodes, nous avons recouru aux monohydrazides optiquement actifs dont le groupement libre NH^2 est susceptible de donner, avec les aldéhydes et les cétones, des combinaisons facilement purifiables d'où l'on peut régénérer les corps de départ. Au point de vue odeur ce problème présente un très grand intérêt, peu de cas étant connus [2] où l'on a démontré que l'odeur peut dépendre de l'asymétrie moléculaire comme il a été établi à plusieurs reprises pour l'action physiologique.

Nous avions en cours le dédoublement du citronellal racémique, de l'α-ionome et de l'aldéhyde hydratropique, et bien que nos essais ne soient pas terminés nous tenons à les exposer brièvement, Mario Betti venant de publier [3] une nouvelle méthode de dédoublement d'aldéhydes racémiques. Par action du β-naphtol sur le benzaldéhyde et l'ammoniaque, il prépare le 1-(α-aminobenzyl)-naphtol-2 $C^6H^5CH(NH^2)(C^{10}H^6OH)$ qu'il dédouble ensuite au moyen de l'acide tartrique. La base libre, active, est engagée avec les aldéhydes racémiques dans des combinaisons

$$C^6H^5CH(N=CHR)(C^{10}H^6OH),$$

facilement purifiables qui conduisent sans difficulté aux isomères actifs. C'est ainsi que M. Betti dédoubla l'aldéhyde paraméthoxyhydratropique et annonce en outre des travaux en cours sur le dédoublement du citronellal racémique, de l'aldéhyde glycérique, etc.

Nous avons cru préférable de préparer un agent de dédoublement des aldéhydes et des cétones à partir d'un produit naturel déjà optiquement actif et dont le prix permette la préparation de n'importe quelle quantité. L'acide *d*-citronellique produit courant, qu'on prépare soit à partir des essences naturelles, soit par oxydation du citronellal, nous a paru tout indiqué. Par chauffage à reflux avec l'hydrazine on obtient un mélange de mono-citronelloyl-hydrazide Citr. HN.NH^2 et de dicitronelloyl-hydrazide sym. Citr. HN.NH Citr., mais si l'on emploie un excès d'hydrazine on obtient presque exclusivement le mono-citronneloyl-hydrazide. Ce dernier possède les propriétés des hydrazides indiquées par Curtius dans ses mémorables travaux. Il est à remarquer qu'un chauffage à reflux avec l'hydrazine

---

(1) A. R. Penfold, *J. Royal Soc. Western Australia*, 14, 1927, p. 1. — S. Sabetay, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 808.

(2) Voir J. v. Braun et W. Haensel, *Ber. d. chem. Ges.*, 59, 1926, p. 1999.

(3) Mario Betti, *Ber. d. chem. Ges.*, 63, 1930, p. 874.

ne racémise pas le produit obtenu. Le citronelloyl-mono-hydrazide, corps qui cristallise très bien, chauffé en solution alcoolique avec des aldéhydes ou des cétones, donne des produits parfaitement cristallisables. Ceux-ci régénèrent par chauffage avec les acides ou les alcalis dilués, les aldéhydes et les cétones primitifs. La liaison avec le groupement carbonyle est coupée en premier lieu, puis par une action prolongée des acides ou des bases, la liaison du groupement citronelloyle. Le mécanisme de la formation des hydrazides s'explique, d'après Curtius, par formation intermédiaire de sel de diammonium RCOOH, N^2H^2 qui par chauffage prolongé perd une molécule d'eau en se transformant en hydrazide R.CO.NH.NH^2.

Le *dicitronelloyl-hydrazide sym.* obtenu par action de 1 molécule d'hydrazine sur 1 molécule d'acide citronellique est insoluble dans l'eau. F. 139°-140° (alcool aqueux ou acétone). Optiquement actif. Il ne réagit pas sur les aldéhydes et les cétones.

Le *monocitronelloyl-hydrazide* s'obtient si l'on fait agir 2 molécules d'hydrazine sur 1 molécule d'acide citronellique (chauffage de 10 heures à l'ébullition). Dans l'eau ou l'alcool aqueux, il cristallise en beaux cristaux fondant à 83°. Il réduit le réactif cupro-potassique, noircit le réactif de Tollens et se dissout dans les acides dilués. Il se dissout également dans les solvants organiques usuels. Il est optiquement actif (l'activité dépend du degré de pureté optique de l'acide citronellique de départ). Il fixe le brome.

Combinaison avec l'aldéhyde hydratropique. — Nous citerons comme exemple de combinaison entre aldéhydes et le monocitronelloyl-hydrazide, le produit obtenu avec l'aldéhyde hydratropique C^6H^5.CH.(CH^3).CHO qui possède un carbone asymétrique. On chauffe sur le bain-marie un mélange équimoléculaire d'aldéhyde et de monohydrazide en solution alcoolique et, après refroidissement, on ajoute de l'eau. Il se forme un précipité huileux qui ne tarde pas à cristalliser. Recristallisé plusieurs fois dans l'alcool aqueux le corps fond à 69°. Il est soluble dans les solvants organiques et insoluble dans l'eau.

Des combinaisons analogues ont été obtenues avec d'autres aldéhydes et cétones racémiques. Nous étudions les meilleures conditions de leur dédoublement.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la réduction des semicarbazones et des thiosemicarbazones des acides α-cétoniques et des sulfoxytriazines.* Note de M. **J. Bougault** et M[lle] **L. Popovici**, présentée par M. A. Béhal.

I. Nous avons étendu aux semicarbazones des acides benzylpyruvique et pyruvique les recherches [1] se rapportant aux semicarbazones des acides phénylpyruvique et phénylglyoxylique.

Conformément aux résultats des recherches précédentes, l'hydrogénation de ces semicarbazones par l'amalgame de Na nous a fourni les acides semicarbazides correspondants :

$$C^6H^5-CH^2-CH^2-\underset{\underset{N-NH-CO-NH^2}{\|}}{C}-COOH \rightarrow C^6H^5-CH^2-CH^2-\underset{\underset{NH-NH-CO-NH^2}{|}}{CH}-COOH$$

et

$$CH^3-\underset{\underset{N-NH-CO-NH^2}{\|}}{C}-COOH \rightarrow CH^3-\underset{\underset{NH-NH-CO-NH^2}{|}}{CH}-COOH$$

dont les points de fusion sont respectivement 172° et 181°.

L'acide semicarbazide-benzylpyruvique est peu soluble dans l'eau et l'alcool à froid, par contre très soluble dans l'alcool bouillant. L'acide semicarbazide-pyruvique est très soluble dans l'eau froide.

Ces nouveaux composés présentent les propriétés générales déjà signalées pour les corps de ce groupe : ils réduisent le réactif de Nessler, et sont oxydés par l'iode en présence de carbonate de sodium. Avec ce dernier réactif, le premier donne la semicarbazone de l'aldéhyde phénylpropionique, le second la semicarbazone de l'aldéhyde acétique.

II. Nous avons pensé qu'il serait intéressant d'étudier aussi la même action réductrice sur les thiosemicarbazones. L'opération, conduite comme pour les semicarbazones, a donné des résultats analogues.

Les thiosemicarbazones étudiées ont été celles des acides : phénylglyoxylique, phénylpyruvique, benzylpyruvique et pyruvique. Nous avons obtenu les acides thiosemicarbazides correspondants, de formule générale

$$R-\underset{\underset{NH-NH-CS-NH^2}{|}}{CH}-COOH$$

Ces nouveaux dérivés fondent respectivement à 168°, 198°, 164°, 145°.

L'acide thiosemicarbazide-pyruvique, comme son correspondant l'acide semicarbazide-pyruvique, est également très soluble dans l'eau. Tous les autres sont peu solubles dans l'eau et très solubles dans l'alcool bouillant.

---

[1] *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 186.

Les acides thiosemicarbazides sont très réducteurs comme leurs correspondants oxygénés. Ils réduisent le réactif de Nessler et donnent avec l'iode en présence de CO^3Na^2 les thiosemicarbazones des aldéhydes à un atome de carbone de moins.

III. Dans la Note rappelée plus haut, nous avons montré que les dioxytriazines donnent par réduction les mêmes corps que les semicarbazones des acides dont elles dérivent. Sachant que les thiosemicarbazones ont une tendance plus grande à la cyclisation que les semicarbazones, ce qui semble permettre d'attribuer plus de stabilité au cycle sulfoxytriazine, nous avions des raisons de penser que les sulfoxytriazines subiraient la réduction, sans l'ouverture de la chaîne fermée. L'expérience nous a montré qu'il n'en était rien : la chaîne s'ouvre et l'on obtient les mêmes produits de réduction que ceux fournis par les thiosemicarbazones correspondantes, c'est-à-dire les acides thiosemicarbazides.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Aimantation permanente de basaltes des Feroe.* Note de M. **Raymond Chevallier**, présentée par M. J.-B. Charcot.

J'ai signalé [1] l'intérêt de l'étude magnétique des laves polaires, conséquence de la faible variation séculaire de l'inclinaison dans les régions arctiques. J'ai donné les résultats d'un premier groupe de mesures faites sur des laves récentes de Jan Mayen et d'Islande.

Voici une deuxième série effectuée sur des échantillons de basaltes anciens des Feroe, recueillis au cours de la croisière de 1925 du *Pourquoi-Pas ?* Rappelons que du XVIe siècle à nos jours la déclinaison aux Feroe est passée de 13° orientaux à 33° occidentaux, tandis que l'inclinaison n'a varié que de 77° à 73°.

Les douze échantillons dont il s'agit ont tous été prélevés dans l'île de Suderoe, non loin de la côte nord du fjord de Trangisvaag. On sait [2] que les basaltes de cette île sont de deux époques géologiques nettement distinctes. Ceux de la période la plus ancienne se présentent habituellement sous l'aspect d'une roche foncée, cryptocristalline, très homogène, parfois découpée en belles colonnes prismatiques. Ils sont recouverts de couches de lignite marquant un arrêt dans l'activité volcanique, puis d'une deuxième masse basaltique plus récente n'affectant jamais l'aspect prismatique. Les roches de ce deuxième groupe sont souvent porphyriques et présentent de

(1) R. Chevallier, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 686.
(2) J. Geikie, *Trans. of the Royal Soc. of Edinburgh*, **30**, 1883, p. 218.

larges cristaux de plagioclase. Le lignite a été considéré comme miocène par Geikie. Les basaltes prismatiques, antérieurs au lignite, auraient donc le Miocène comme âge limite. Ce sont eux qui nous ont fourni les douze échantillons que nous répartirons en quatre groupes :

Le groupe A (4 blocs) fut pris dans un massif au-dessus du village de Tvéraa, vers le milieu du fjord de Transgisvaag, à 70^m d'altitude.

Le groupe B (3 blocs) au même point mais dans une région singulière où la boussole était affolée.

Le groupe C (2 blocs) près du port de Tveraa, au niveau de la mer. Malheureusement l'un de ces blocs était inutilisable pour des mesures d'aimantation permanente.

Le groupe D (3 blocs) à l'entrée du fjord près du village de Frodeboe à quelques mètres au-dessus du niveau de la mer. Ce dernier point était situé à environ 2^{km} du point A. Chaque bloc portait les traces du méridien géographique et d'un plan horizontal. Les mesures d'aimantation furent faites au laboratoire par une méthode d'induction.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus. Les déclinaisons occidentales et les inclinaisons boréales sont notées positivement. Le moment spécifique $\mathfrak{M}_s$ est calculé en unités C. G. S. par kilogramme de lave.

N° du bloc.	Déclinaison.	Inclinaison.	M_s.
	Groupe *A*.		
1	−3	44°	1,59
2	−7	58	1,14
4	−20	51	1,46
7	−18	51	1,55
Moyenne	−12	51	1,44
	Groupe *D*.		
10	−7	50	1,93
11	−10	56	1,98
12	−23	48	1,72
Moyenne	−13	51	1,88
	Groupe *C*.		
8	–	–	–
9	–	53	1,14
	Groupe *B*.		
3	–	24	4,93
5	–	14	4,0
6_1	–	0	3,26
6_2	–	0	6,17
6_3	–	0	6,10
6_4	–	0	3,07

Les conclusions suivantes se dégagent de ce tableau :

1° Dans les régions régulières de la masse basaltique prémiocène étudiée,

il existe une orientation constante de l'aimantation comme le montrent les mesures faites sur les groupes A et D et l'unique mesure d'inclinaison faite sur le groupe C;

2° Cette aimantation varie beaucoup d'un point à l'autre en intensité. Le moment spécifique qui oscille de 1 à 2 C. G. S. par kilogramme reste très inférieur au nombre 2,7 des laves siciliennes;

3° Dans le cas où l'orientation constante de l'aimantation caractériserait l'orientation du champ magnétique au moment de la solidification de ces basaltes, il faudrait, pour retrouver la déclinaison et l'inclinaison vraies, corriger les nombres du tableau de la pente visible des couches. Or, à la sortie du fjord de Trangisvaag, vers le Nord, une coupe naturelle des roches montre que les basaltes et la lignite ont subi un mouvement d'ensemble que Geikie estime être une inclinaison NNE d'une dizaine de degrés. La déclinaison magnétique qui est NNE également ne serait que faiblement atteinte, mais l'inclinaison serait ramenée vers 40°.

Nous serions donc loin des 75° moyens actuels que l'on retrouve dans les laves récentes;

4° Les échantillons de la région singulière (groupe B) confirment un résultat précédemment suggéré par six blocs de laves siciliennes. Dans des zones où l'inclinaison régulière varie de 50 à 60°, l'aimantation aux points singuliers tend à devenir horizontale. C'est le cas des blocs du groupe B.

Indépendamment de toute hypothèse explicative, il est curieux de trouver dans les régions régulières de ces basaltes d'âge tertiaire une direction d'aimantation uniforme et l'on doit se demander si cette direction caractérise une coulée ou toute la masse basaltique prémiocène?

Pour fixer ce point, nous espérons sous peu entreprendre une étude magnétique plus complète des basaltes de Suderoe.

ENTOMOLOGIE. — *Sur le développement polyembryonnaire de* Macrocentrus gifuensis *Ashmead*. Note [1] de M. **H. L. Parker**, présentée par M. Paul Marchal.

Cet Hyménoptère [2] vit à l'état larvaire comme parasite, dans les chenilles de la Pyrale du Maïs (*Pyrausta nubilalis* Hübn).

---

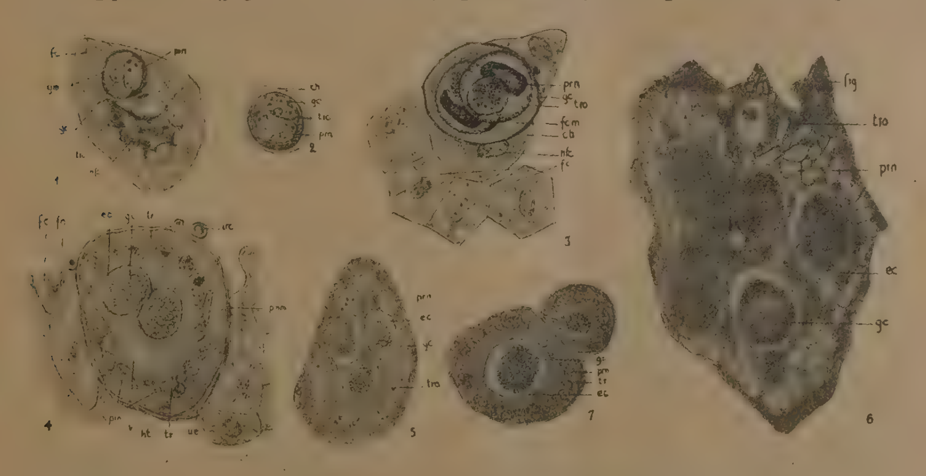
[1] Séance du 23 avril 1930.

[2] Dans une publication antérieure (*U. S. Department of Agriculture Tech. Bul.* 59, 1927) l'auteur, en collaboration avec W. R. Thompson, désigne cette espèce sous le nom de *Macrocentrus abdominalis* Fab. Des recherches subséquentes faites par M. Cushman ont montré qu'il s'agit en réalité d'une espèce jusqu'ici inconnue en Europe, le *M. gifuensis* Ashmead.

L'œuf est pondu en juin dans la cavité cœlomique. Les jeunes larves du parasite éclosent au mois d'avril de l'année suivante; elles se nourrissent intérieurement aux dépens de la chenille jusqu'à la fin du troisième stade (mois de mai), puis elles sortent en traversant les téguments de l'hôte et deviennent ectophages, vivant ainsi jusqu'à la fin du quatrième stade larvaire. Les cocons sont tissés dans le tunnel que fait la chenille de *Pyrausta* et environ deux semaines plus tard les adultes émergent.

Les points les plus intéressants du développement de cette espèce consistent dans l'accroissement et le fractionnement de l'œuf conduisant à la production de plusieurs individus (mode de développement dit polyembryonnaire, découvert par M. Paul Marchal, chez *Ageniaspis fuscicollis*). L'exemple que nous signalons aujourd'hui est le premier connu pour la famille des Braconides.

Le stade qui, dans nos observations, marque le point de départ de ce développement (*fig.* 1 et 2) correspond au germe parvenu à l'âge de



40-60 jours. Ce germe mesure $0^{mm},017$ de large, est de forme sphérique et présente un chorion, limitant extérieurement une substance granuleuse, le trophamnios (*tro*). Plongé dans le trophamnios se trouve un petit groupe de 2-5 éléments nucléés sphériques, les cellules embryonnaires (*gc*), et en outre un gros noyau de forme plus ou moins ovale ou irrégulièrement sphérique, le paranucléus (*prn*), qui dérive probablement des noyaux polaires de l'œuf. Pour le distinguer nous avons appelé ce stade le prégerme. Il est généralement logé dans une cellule adipeuse (*fig.* 1, *fc*), où il provoque l'hypertrophie du noyau. Plus rarement, il se trouve dans, ou entre d'autres organes tels que muscles, hypoderme, intestin, œnocyte, etc.

L'accroissement de ce prégerme a lieu de la façon suivante : les cellules embryonnaires se multiplient par caryocinèse jusqu'à ce qu'il y en ait 40 à 60. Nous désignerons sous le nom de germe le stade ainsi constitué : il se divise en deux par scission (*fig.* 3); en même temps, le paranucléus se partage en deux segments dont chacun accompagne l'un des deux groupes de cellules germinatives; ainsi sont formés deux centres germinatifs semblables l'un à l'autre et au germe originel. Le paranucléus continue à se fractionner et les noyaux restant toujours dans le trophamnios, finissent par entourer complètement les masses germinatives (*fig.* 4). Ces dernières peuvent se multiplier encore par l'augmentation du nombre des cellules et par fractionnement, jusqu'à ce qu'il y en ait 5, 6, ou plus. Les figures 5 et 6 mettent en évidence des complexes polyembryonnaires, contenant 3 et 6 centres germinatifs. Nous en avons vu d'autres qui en présentaient 2, 4 et 5. Il se peut que toutes les morulas issues d'un seul œuf ne restent pas réunies en un même complexe polyembryonnaire, mais au contraire se dissocient, soit en plusieurs morulas isolées (*fig.* 7), soit en groupes polyembryonnaires plus petits, c'est-à-dire chacun avec un nombre moindre de morulas. Ainsi, vers la fin de mars, la chenille de *Pyrausta* contient un grand nombre de morulas isolées, des groupes polymorulaires de grandeur différente (contenant de 1 à 6 morulas) et des petits fragments de trophamnios de forme variable, renfermant des paranucléus, mais dépourvus de cellules embryonnaires; ces fragments ont la signification de « pseudo-germes ». Ces derniers ne se développent jamais en larves et sont mangés plus tard par les jeunes *Macrocentrus*.

Après l'accroissement de la morula et la formation de l'embryon, le trophamnios ayant rempli son rôle nourricier s'est aminci et les paranucléus se sont aplatis. Vers l'éclosion de la larve, l'enveloppe ainsi constituée persiste; mais sa structure, quoique la même en principe, n'est plus guère reconnaissable.

La larve du premier stade est caractérisée par quatre lignes de gros tubercules semblables à des pseudopodes.

Les adultes sortant d'une même chenille peuvent être de même sexe ou de sexes différents; ainsi, sur 200 élevages comptés au hasard, nous en avons obtenu : 71 composés exclusivement de mâles, 54 exclusivement de femelles, et 75 de colonies mixtes.

Le nombre des individus que fournit un même œuf paraît d'au moins 8 à 10.

ZOOLOGIE. — *Quelques données nouvelles sur la Cochenille* Marchalina hellenica (*Genn.*). Note [1] de M. **Raymond Hovasse**, présentée par M. Maurice Caullery.

Marchalina hellenica, Monophlébidée du Pin en Méditerranée orientale, est jusqu'à présent connue surtout au point de vue anatomie externe, à la suite des travaux de P. Vayssière (1923-1926). Sur les conseils de cet auteur, j'en ai repris l'étude complète, facilitée ici par l'abondance de l'insecte aux îles des Princes, dont presque tous les pins sont parasités.

P. Vayssière a décrit les quatre stades de cette cochenille, dont le cycle évolutif est le suivant : ponte au début de mai, éclosion au milieu de juin; première mue en octobre, seconde en novembre, troisième fin juin ou début de mai, une semaine ou deux avant la ponte : l'existence des adultes est ainsi très brève. Leur appareil buccal est, comme l'a reconnu P. Vayssière, non fonctionnel, mais il n'est pas atrophié : seuls les stylets rostraux lui font entièrement défaut.

L'étude de la bouche des larves montre qu'elle possède des rudiments de maxilles et un labre. L'existence d'une pompe salivaire, la disposition du tentorium et du squelette buccal rapprochent l'insecte des *Diaspinæ*, plutôt que des *Dactylopiinæ* ou des *Lecaniinæ*.

La dimension élevée de *Marchalina* permet d'étudier chez elle le mouvement de la trompe, et d'en donner une explication *a posteriori :* contrairement à l'opinion de Berlese, et à celle plus récente de A. J. Grove (1919), ce sont les muscles propres des stylets qui agissent pendant la rétraction et la protraction de la trompe : chacun des stylets externes et l'ensemble des stylets internes coaptés, peuvent se déplacer indépendamment les uns des autres, et se mouvoir alternativement dans les deux sens; la trompe fonctionne ainsi non pas comme un trocart, mais comme une perforatrice. Contrairement à l'opinion de Grove, les boucles décrites par la trompe dans sa gaine de rétraction n'empêche nullement ces mouvements. Le mentum ne joue ici qu'un rôle indirect.

A ma connaissance, on n'a pas encore signalé d'appareil circulatoire chez les Cochenilles. Il en existe ici un, rudimentaire, sous forme d'un vaisseau dorsal supporté par le diaphragme dorsal. Il est toujours vide et certainement non fonctionnel.

Il n'y a pas, à proprement parler, de corps adipeux : l'espace compris entre les diaphragmes et le tégument est garni des catégories normales de

---

[1] Séance du 23 avril 1930.

cellules sanguines, accompagnées d'adipocytes, très nombreux, parfois groupés, mais jamais organisés en lames.

L'appareil nerveux présente deux paires de nerfs abdominaux. Il existe des *corpora alata* normaux.

L'appareil génital comprend deux longs oviductes : à leur point d'union avec le vagin, on trouve un réceptacle séminal rudimentaire, intéressant chez cette forme à parthénogénèse exclusive.

Les œufs se développent au cours du troisième stade larvaire. Dans chaque follicule, une première poussée de l'épithélium donne les cellules nourricières, une seconde une dizaine d'ovocytes, dont un seul finit par subsister. Sa nutrition est du type acrotrophique. Il possède des cordes protoplasmiques. Cytologiquement parlant, il n'y a pas de synapsis, et vraisemblablement une seule émission de globule polaire; le nombre de chromosomes reste ainsi dans l'œuf mûr égal à 18, nombre diploïde.

J'ai signalé [1] l'existence de bactéries symbiotes dans certaines cellules intestinales. J'ai depuis lors constaté leur transmission à l'œuf, effectuée par l'intermédiaire de bactéries courtes (3 à 5^{μ}). Elles pénètrent dans l'œuf par les cordes protoplasmiques. J'ai en outre constaté et pu suivre, pendant près d'un mois, la croissance du microorganisme cultivé en goutte pendante en milieu glucosé. Cette méthode, éliminant toute cause d'erreur, confirme pleinement mes premières observations.

Marchalina hellenica, observée quatre années durant sur les mêmes arbres, est un hôte peu dangereux pour le pin; même là où elle est escortée par la fumagine, ses dégâts restent localisés aux petites branches ombragées. Normalement, elle ne me paraît pas capable de livrer l'arbre aux Scolytides. La lutte contre elle n'est donc pas à envisager, sauf cas spéciaux.

BACTÉRIOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur l'étiologie du trachome. Étude d'un germe, rencontré en Tunisie, dans ses rapports avec le* Bacterium granulosum *de Noguchi.* Note de M. **Ugo Lumbroso**, présentée par M. Ch. Nicolle.

Noguchi a isolé, en 1927, par cultures, chez les trachomateux indiens une bactérie qu'il a nommée *B. granulosum* et qu'il a décrite comme agent pathogène du trachome. Cette bactérie a été isolée par lui dans 4 cas sur 5 étudiés.

---

(1) Hovasse, *Un mode de symbiose nouveau chez les Cochenilles* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 322).

Avec ses cultures il a tenté la reproduction expérimentale du trachome sur diverses espèces de singes, en particulier sur des *Macacus rhesus*. 67 essais sur singes lui ont donné : 18 fois la reproduction d'une conjonctivite granuleuse nette; 31 fois des réactions légères, douteuses; 18 fois un résultat négatif. Il n'observa, chez ces animaux, que très rarement la formation de tissu cicatriciel qui est de règle dans le trachome humain.

Jusqu'à présent les recherches de Noguchi n'avaient reçu aucune confirmation nette. En suivant la technique de cet auteur, j'ai pu isoler, 5 fois sur 7, par cultures, de lésions trachomateuses graves et non traitées, un microbe identique à celui de Noguchi ou tout au moins très voisin. Ce microbe se présente avec les caractères suivants :

Bacille très mobile, assez fin quoique légèrement plus épais que celui de Weeks, plus ou moins long, quelquefois recourbé, parfois diplo ou coccobacillaire (surtout en première culture), ne gardant pas le Gram ou le gardant mal en jeune culture, alors que les cultures anciennes deviennent nettement Gram-positives, en même temps qu'elles présentent de nombreuses formes d'involution.

Les cultures sont assez abondantes sur le milieu spécial de Noguchi au sang et aux sucres et même, dans certaines conditions, au bout de quelques jours de séjour à l'étuve à 22°, sur gélose ordinaire. Conservation pendant des mois sur le milieu semi-solide à leptospires et sur gélose molle ordinaire à l'amidon. Sur ces milieux les cultures présentent une consistance plus ou moins gluante et une coloration plus ou moins jaunâtre.

Tous ces caractères, à des détails infimes près, sont bien ceux du *B. granulosum*, tel qu'il a été isolé au Nouveau-Mexique par Noguchi et il n'est pas sans intérêt de remarquer que le même microbe ou bien une variété très voisine se retrouve chez les trachomateux tunisiens.

De même que Noguchi, je me suis efforcé de reproduire, avec mes cultures, le trachome chez les singes. J'y ai apporté une plus grande rigueur. Noguchi ne semble pas s'être soucié, dans ses essais, de l'existence de granulations naturelles chez les singes. Instruit par les études antérieures de Ch. Nicolle et Cuénod et par les miennes de la fréquence de ces lésions, je n'ai voulu expérimenter que sur des animaux qui en fussent totalement indemnes. Je savais en effet que toute intervention sur une conjonctive porteuse de telles lésions est d'ordinaire suivie de l'éclosion d'une éruption granuleuse généralisée qu'il est très difficile, sinon impossible, de distinguer du trachome expérimental, souvent si léger de ces animaux.

Sur 30 singes de la singerie de l'Institut Pasteur de Tunis, je n'en ai trouvé que 3 indemnes, à un examen prolongé : 1 Callitriche, 1 Patas et 1 Magot (*Macacus inuus*). J'ai employé sur eux, en raison de leur nombre restreint, un mélange de mes 5 souches.

Callitriche et Patas appartiennent à des espèces extrêmement peu sensibles au trachome. Je n'ai obtenu, sur mes deux premiers singes, que de rares granulations isolées (discrètes), sans caractères bien nets et qui ont disparu après quelques mois.

L'expérience sur le Magot a donné des résultats plus intéressants. On sait que les travaux de Ch. Nicolle et Cuénod ont montré la parfaite sensibilité de ce petit singe au virus trachomateux. En l'absence de chimpanzés, plus sensibles encore, il est l'animal réactif du trachome.

Le Magot est inoculé le 31 janvier 1930. Le 5 mars, 33ᵉ jour de l'inoculation, il présente, sur les conjonctives des culs-de-sac supérieur et inférieur, deux placards assez importants de granulations; la conjonctive à ce niveau est hyperémiée. Le 14 mars, le placard de la paupière supérieure a encore grandi. Le 31 mars, 60ᵉ jour de l'éruption et date de la rédaction de cette Note, les granulations se sont étendues à tout le cul-de-sac supérieur.

En résumé :

1° J'ai trouvé, chez des trachomateux tunisiens, un microbe identique à celui isolé par Noguchi au Nouveau-Mexique ou tout au moins très voisin.

2° Les cultures de ce microbe, inoculées à un Magot, reconnu auparavant indemne de toute granulation naturelle, ont donné lieu, chez lui, à la production d'une éruption granuleuse généralisée. Étant donnée la sensibilité spéciale de cet animal au trachome, prouvée par Ch. Nicolle et Cuénod, ce résultat est *favorable* au rôle attribué par Noguchi au *B. granulosum* dans l'étiologie du trachome. Il me paraît cependant prudent d'attendre la suite de l'observation du Magot et de plus nombreuses expériences sur la même espèce avant de conclure.

A 15ʰ30ᵐ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16ʰ.

A. Lx.